

2021 年度の算額調査

徳竹 亜紀子^{*1}, 谷垣 美保^{*1}

The Report on *SANGAKU* we investigated in 2021.

Akiko TOKUTAKE, Miho TANIGAKI

SANGAKU is a wooden board dedicated to the temple and shrines with written math questions and answers. This paper is a report of three SANGAKU we investigated in 2021. The first was dedicated to Hayama Shrine in Ishinomaki City in 1884. The second was dedicated to Kusushi Shrine in Ishinomaki City in 1887. The third was dedicated to Yokokura-Atago Shrine in Kakuda City in 1882. These are not well known, because they are not listed in the collection of SANGAKU materials. We surveyed these SANGAKU, took pictures with digital camera and infrared camera, and checked the characters visually. In this paper, we will present the survey summary, consideration on some math questions, reprints, and infrared photo of figures.

KEYWORDS : SANGAKU, WASAN, Seki-school, Nakanishi-school, Hayama Shrine, Kusushi Shrine, Yokokura-Atago Shrine, Sendai domain, Ishinomaki, Kakuda, Infrared photography.

1. はじめに

本稿は、我々が継続的におこなっている算額調査の成果報告であり、今回で 3 回目となる。

算額とは、日本で独自に発展した和算による数学の問題や解法を書いて、寺社に奉納した額である。大きなものになると数メートルにも及ぶ。宮城県の算額については、『宮城の算額』(全 4 冊)¹⁾²⁾³⁾⁴⁾や、『宮城の和算』⁵⁾などにまとめられているが、刊行から半世紀近く経過しており、現在では所在不明になってしまった算額も少なくない。逆に、近年新たに発見される算額もあり、最新の所在情報の更新とその情報共有が課題になっている。我々は、算額の現状を把握するため、現地に赴いて再確認調査を実施しながら、和算や算額の研究を進めているところである。

昨年に引き続き、2021 年も新型コロナウイルス感染症の流行は終息せず、我々の調査活動が感染拡大につながってはならないため、調査は参加者全員が 2 回のワクチン接種を終えた 9 月以降に行った。今回は、そのうち石巻市の葉山神社・久須師神社、そして角田市の横倉愛宕神社の奉納算額を紹介する。

これらの算額は、いずれも地元では知られていても既存の算額資料集には収載されておらず、全国的には存在を知られていないものばかりである。論文と称するには憚られる雑駁な内容であるが、本紀要にて翻刻を付して紹介することにより、より広く周知されることを願うばかりである。

2. 調査概要

2. 1 葉山神社奉納算額

日 時 : 2021 年 9 月 15 日
調査地 : 宮城県石巻市雄勝町大浜 6-2 葉山神社
参加者 : 谷垣美保, 徳竹亜紀子, 萬伸介,
遊佐文明
調査対象 : 算額 1 点
年 代 : 明治 17 年 (1884) 旧正月 8 日
法 量 : 幅/外 90 (額内 81.5)
高/外 65.5 (額内 57)
厚/ 2

(単位: センチメートル)

^{*1} 総合工学科 (Dept. of General Engineering)



図1 葉山神社奉納算額 全体図

葉山神社のある石巻市雄勝町（旧桃生郡雄勝町）大浜は、雄勝半島の南側沿岸に位置する。当社の御神体は薬師如来像で、宮司家初代の千葉助太郎義清が当地に來た際に祀ったものと伝えられる。18世紀後半に仙台藩が編纂した地誌である『封内風土記』桃生郡大浜の項にみえる「薬師堂」が本神社に推定されている。葉山神社から海岸とは反対方向に徒歩で40分ほど行ったところにある石神社の里宮として親しまれているほか、修験道との関わりも深く、旧桃生郡内の十法印に伝承される雄勝法印神楽（国の重要無形文化財に指定）の一端を担っている。

本調査は、萬伸介氏より『宮城の和算』『宮城の算額』シリーズに収載されていない算額があるとの情報をいただき、実施の運びとなった。また、調査には和算を研究されている遊佐文明氏にも同行していただいた。

葉山神社の拝殿内には複数の絵馬や額が掲げられており、本算額もそのうちの一つである。状態は良好で、朱などの顔料も目視で判別可能な程度に残存している。

算額は4問あり、千葉勝蔵茂一、千葉久吉正忠、千葉智善正康、千葉庄吉忠成の4名が1問ずつ作題する。上に図を描き、下に問・答・術（解説）を展開する典型的な構成である。冒頭行に「関流九伝大和田秀治茂忠」とあり、大和田茂忠の校閲を経た算題であることが示されていることから、作題の4名は大和田茂忠の門人と思われる。

江戸時代末期、関流数学者の長谷川寛が江戸で開

いた数学道場の門人名簿である『社友列名』（明治12年（1879）3月序）^{9）}の「伏題之部」中に、千葉善右衛門胤英門人として「陸前登米郡登米 大和田秀治茂忠」の名が見える。千葉胤英は関流七伝千葉胤秀の次男で、八伝と称していたから、大和田茂忠は胤英を受けて九伝と称したのであろう。

また、大和田茂忠は塩竈神社所蔵の文久元年（1861）8月奉納の算額にもその名を確認できる^{7）}。以下にその算額の冒頭行と各算題の作題者を紹介する。

- （冒頭行）関流八伝千葉善右衛門胤英
- （第1問作題）流峯千葉胤秀門人阿部民吉景俊
- （第2問作題）同門人佐藤孫八喜親
- （第3問作題）流南千葉胤道門人熱海又治光隆
- （第4問作題）大嶺寺松庵門人生出算之助実算
- （第5問作題）高橋又六成昌門人長澤俊左衛門昌陳
- （第6問作題）大和田秀治茂忠
- （第7問作題）大嶺寺松庵
- （第8問作題）高橋又六成昌
- （第9問作題）熱海長六保久

関流八伝千葉胤英が校閲者となり、9人が1問ずつ作題するもので、大和田茂忠はその6番目に名を連ねている。千葉胤秀は胤英の父、胤道は兄に当たる。作題者を見ていくと、第1・2問を作題した阿部景俊・佐藤喜親は胤秀の門人、第3問作題の熱海光隆は胤道の門人、第4問作題の生出実算は第7問作

題の大嶺寺松庵の門人、第 5 問作題の長澤昌陳は第 8 問作題の高橋成昌の門人、といった関係になる。第 6～9 問作題の 4 名に師弟関係が記されていないのは校閲を行った千葉胤英の門人であるため、第 1～5 問作題者は胤英の門人ではないからこそ敢えて師弟関係を明記したのである。

末尾の第 9 問を作題した熱海保久については、どのような人物であったか不明だが、一般に、複数の算題が書かれる算額の場合、末尾の算題を担当する人物が最も能力が高いとされている。大嶺寺松庵と高橋成昌の 2 名は当該算額を作成した文久元年には既に門人があり、葉山神社奉納算額に依れば大和田茂忠も明治 17 年には門人がいる。よって第 6～8 問を担当した胤英の門人等が和算家として十分な能力を有していたことが確認できるので、末尾を担当した熱海保久も彼等に劣らぬ和算の能力を有していたと十分に推測できるだろう。

記述が散漫になってしまったが、以上により、大和田茂忠は関流八伝千葉胤英の門人として学び、後に関流九伝を称し、弟子を育てて葉山神社奉納算額に校閲者として関わったことがわかった。

前述のとおり、葉山神社奉納算額は『宮城の和算』などの宮城県の算額を収めた資料集には未掲載の算額である。文化財として紹介されたことはあるものの⁸⁾、和算や算額を研究する主体にはまだあまり知られていないと思われる。しかし、ここで紹介したように、宮城県沿岸部や北部に多くの門人を持った千葉胤秀の系譜に連なる算額であり、仙台藩域における和算文化の広がりを知る上でも貴重な史料

であることは間違いない。

2. 2 久須師神社奉納算額

日 時 : 2021 年 9 月 15 日

調査地 : 宮城県石巻市尾崎宮下 52 久須師神社

参加者 : 谷垣美保, 徳竹亜紀子, 萬伸介, 遊佐文明

調査対象: 算額 1 点

年 代: 明治 20 年 (1887) 陰 4 月 8 日

法 量: 幅/外 143 (額内 124)

高/外 88.5 (額内 73)

厚/ 3.5

(単位: センチメートル)

葉山神社での調査の後、北上側河口にほど近い尾崎浜 (旧桃生郡河北町) に移動し、当地区鎮守である久須師神社の奉納算額を見せていただいた。この算額は岩手県和算研究会の会誌に報告がある⁹⁾が『宮城の和算』に未掲載で河北町文化財としても紹介されておらず、ほとんど知られていないと思われる。調査当日まで久須師神社への連絡方法がわからず、調査の目処は立っていなかったのだが、葉山神社の宮司に仲介していただき、調査が実現した。

本算額は、普段から久須師神社拝殿内に掲げられており、劣化が少なくすべての文字が判読可能である。図の彩色は群青のような濃いめの青と、少し退色が見られる朱の 2 色である。朱は、白を下塗りした上に重ねて塗られ、さらにその上に「等円」「大円」



図 2 久須師神社奉納算額 全体図

など図形を示す墨書が施されている。成分にもよるが、木地に直接書いた場合には、墨や朱は他の顔料に比べて長く残存する傾向があるが、下塗りを施したために却って朱とその上に重ねた墨書が失われかけているように感じられる。なお、白で下塗りを施したのは、朱の発色を鮮やかにするためだろう。

本算額では、冒頭に「関流九伝佐藤栄助兼文門人」と表明し、桃生郡雄勝濱の杉山萬七信光と同郡尾崎濱の橋本徳治孝利が2問ずつ、計4問の算題を挙げる。上に図、下に問・答・術を配す構成や、冒頭行の書き方など、同じ関流である葉山神社奉納算額と相似する。

なお、奉納の日付である4月8日は久須師神社の例祭日にあたり、拝殿内に残されている絵馬や奉納木札にも同じ日付によるものが多く見られた。

冒頭行に名が見える関流9伝の佐藤兼文は、前掲の『社友列名』「見題之部」に「千葉善右衛門胤英門人」として「陸前登米郡登米 佐藤栄助兼文」とあり、大和田茂忠と同じく千葉胤英の門人であったことが確認できる。

さて、本算額に関連するものとして、『宮城の算額北部』に収載されている金華山黄金山神社の算額を紹介する¹⁰⁾。この算額は逸文が伝わるだけで、現在の所在は不明である。日付は久須師神社奉納算額の前年にあたる明治19年5月9日付で、冒頭行は同じく「関流九伝佐藤栄助兼文門人」である。算題は6題あり、作題者は第1問が桃生郡雄勝浜杉山萬七信光、第2問が同郡尾崎浜神山倉松菊利、第3問が同郡雄勝浜杉山勇七兼光、第4問が同郡尾崎浜木村鶴治文利、第5問が同郡明神浜佐藤喜左衛門信文、第6問が同郡尾崎浜橋本徳治孝利で、第1問・第6

問の2名が校訂を行う。この2名は久須師神社奉納算額の作題者と同じである。久須師神社奉納算額と金華山黄金山神社奉納算額の逸文を合わせて読むと、旧雄勝町から河北町域の沿岸域にかけて佐藤兼文に和算を学ぶ人々が広がっており、なかでも久須師神社に算額を奉納した2名が主導的役割を負っていたことが知られるのである。

最後に、久須師神社は石巻市尾崎地区（旧河北町尾崎）の鎮守として長く信仰を集めてきたが、2011年の震災後多くの住民が移転し、現在では神社周辺にはほとんど居住民はいないという。例祭日に合わせて奉納された絵馬や札が多く残されていることから、地域の要として慕われてきた神社であることが想像できるだけに、一層の寂寥感を覚える。

2. 3 横倉愛宕神社奉納算額

日 時 : 2021年11月27日
調査地 : 宮城県角田市横倉馬場内56 愛宕神社
参加者 : 谷垣美保, 萬伸介, 山岸圭太, 茂木悟, 新井田将光
調査対象 : 算額1点
年 代 : 紀元2542年(明治15/1882)第1月
法 量 : 幅/外167.5(額内154)
高/外90.5(額内78.5)
厚/3.3
(単位:センチメートル)

(追加調査)

日 時 : 2022年2月22日
調査地 : 前回に同じ
参加者 : 徳竹亜紀子



図3 横倉愛宕神社奉納算額 全体図

角田市内には愛宕神社が複数存在しているため、ここでは本算額を所有する愛宕神社を所在地によって横倉愛宕神社と称することとする。この調査は、「数学と和算の勉強会」の算額見学に我々が参加する形で実現した。11月に行った初回調査では採寸と文字確認を行い、2月の再調査で撮影を行った。

算額は拝殿内の高所に掲げられている。3枚の細長い板材を縦に積むように並べて外側に額をつけて成形されている。文字の残存状況には偏りがあり、図のある一番上の板と、2枚目と3枚目の板材の境目付近ではよく残っているが、2枚目・3枚目の大部分では墨が消えかかっている、墨の残存の良い部分と悪い部分が縞状に交互にならぶ。赤外線撮影によってほとんどの文字を判読できたことは幸いであった。

本算額は「奉掲 中西流算術 岸浪道房」に始まり、7つの算題を図とともに掲げる。作題者はいずれも磐城国伊具郡住人で、第1・2問は小斎の佐々木茂寿、第3問は島田の戸村甚平嘉幸、第4問は同じく島田の目黒資雄、第5問は小斎の岸浪大橋繁房、第6問は島田の佐久間東平道(カ)房である。末尾に工人として戸村清重郎昌吉の名を表し、皇紀による年紀を示して締める。

冒頭に示されているように、本算額は中西流によるものである。関流の算額では「奉納」と書くことが多いのに対して「奉掲」の文言を用いていることや、関流では算題の後に書かれることが多い作題者名が算題の前に書かれていることなど、関流との様式の違いが興味深い。

中西流は中西正好を始祖とする和算流派で、仙台藩では18世紀半ばに戸板保佑によって関流和算が伝えられる以前には中西流が主流であったことはよく知られている。宮城県内に残存する中西流の算額は、本算額を除いては伊具郡丸森町の小斎鹿島神社が所蔵する3点のみで、それらも幕末以降のものばかりである。地域的・時期的な偏在が見られるので、次年度以降の調査でも注目していきたい。

なお、本算額は『角田市文化財 第12集 絵馬』(角田市教育委員会, 1983)に翻刻が紹介されているが、今回の調査によっていくつかの文字の異同が確認された。

第一問から第七問まで、答が三寸、四寸、…、九寸と順になるよう配列されているのが特徴的で、『宮城の和算』には未掲載だが、全国和算研究大会で萬仲介氏により報告されている¹¹⁾¹²⁾。

3. 久須師神社奉納算額の解法

算額では数値条件が与えられ、答(数値解)と術(答を導く式)を問うことが多いが、久須師神社の算額では数値が与えられず、術を問うている特徴がある。文献9)は翻刻のみで解は掲載されていないので、ここに解法例を示す。作題者は現代的な三角関数や座標、微分などは用いず解いたであろうから、本稿でも作題者の解法の再現をめざし、楕円に関する問題は和算家が用いた「縮図」¹³⁾のみで解いた。翻刻と図については付録を参照されたい。

3. 1 第一問の解法

問 図のように円弧を合わせた内に斜があり、等円が二個接している。短径と長径、等円径(直径)が与えられたとき、斜の長さを求めるにはどうすればよいか。

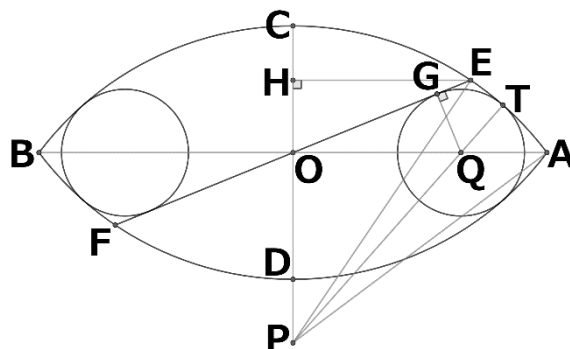


図4 久須師神社奉納算額第一問の解法図

術

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\text{長径}^2}{\text{短径}} + \text{短径} \right) = \text{上}$$

$$(2 \text{上} - \text{短径} - \text{等円径})(\text{短径} - \text{等円径}) = \text{中}$$

$$\frac{\text{上} - \text{短径}}{\sqrt{\text{中}}} = \text{下}$$

とおくと

$$\sqrt{\text{上}^2 - (\text{中} - \text{等円径}^2) \text{下}^2} - \text{下} \times \text{等円径} = \text{斜}$$

解 長径AB, 短径CD, 斜EFの長さ, 弧の円の直径, 等円径, 等円の中心間の距離のそれぞれ半分を a, b, l, R, r, c とおく。

$\triangle OAP$ を考えて $R^2 = a^2 + (R - b)^2$ より

$$R = \frac{a^2 + b^2}{2b} = \frac{\text{上}}{2} \quad (1)$$

$\triangle OQP$ を考えて $c^2 + (R - b)^2 = (R - r)^2$ より

$$c^2 = (2R - b - r)(b - r) = \frac{\text{中}}{4} \quad (2)$$

和算家に愛用された公式集『算法助術』(1841)¹⁴⁾の公式二十に、三角関数を使わずに現代の余弦定理を表したものがある。これを $\triangle OEP$ に適用すると

$$R^2 = l^2 + (R - b)^2 + 2(R - b)OH$$

$\triangle OEH$ は $\triangle QOG$ と相似だから $cOH = rl$ 。ゆえに

$$l^2 + \frac{2r(R - b)}{c}l + (R - b)^2 - R^2 = 0 \quad (3)$$

これを書き直せば

$$\text{斜}^2 + 2 \text{等} \cdot \text{下} \cdot \text{斜} + \text{下}^2 - \text{中} - \text{上}^2 = 0$$

二次方程式の解の公式から

$$\text{斜} = -\text{等} \cdot \text{下} + \sqrt{\text{等}^2 \text{下}^2 - \text{下}^2 \text{中} + \text{上}^2}$$

こうして自然と術文を導くことができたので、作題者の解法もおそらくこの通りだと思われる。この式を短径・長径・等円径だけで表すと複雑な式になるが、実はもっと簡潔な式にすることができる。

式(1)により式(2)(3)から R を消去すると

$$c^2 = \frac{(a^2 - br)(b - r)}{b} \quad (4)$$

$$bcl^2 + (a^2 - b^2)rl - a^2bc = 0 \quad (5)$$

式(5)の判別式を計算して式(4)により c を消去すると

$$\begin{aligned} D &= (a^2 - b^2)^2 r^2 + 4a^2 b^2 c^2 \\ &= (a^2 + b^2)^2 r^2 - 4a^2 b(a^2 + b^2)r + 4a^4 b^2 \\ &= \{2a^2 b - (a^2 + b^2)r\}^2 \end{aligned}$$

したがって二次方程式(5)の解は

$$\begin{aligned} l &= \frac{-(a^2 - b^2)r + \sqrt{D}}{2bc} \\ &= \frac{-(a^2 - b^2)r + 2a^2 b - (a^2 + b^2)r}{2\sqrt{b(a^2 - br)(b - r)}} \\ &= a^2 \sqrt{\frac{b - r}{b(a^2 - br)}} \end{aligned}$$

よって

$$\text{斜} = \text{長径}^2 \sqrt{\frac{\text{短径} - \text{等円径}}{\text{短径}(\text{長径}^2 - \text{短径} \times \text{等円径})}}$$

こうして上・中・下を使わずとも、短径・長径・等円径だけで簡単に斜を計算することができる。

3. 2 第二問の解法

問 図のように大円と二本の直線、六個の小円が接している。小円径が与えられたとき、大円径を求めるにはどうすればよいか。

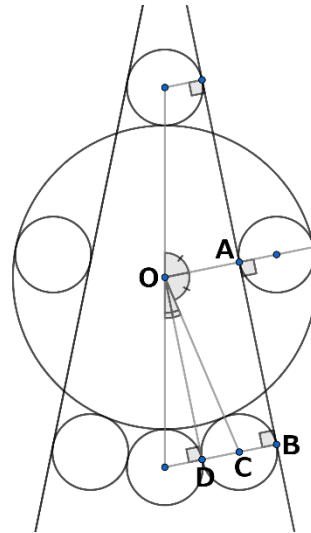


図5 久須師神社奉納算額第二問の解法図

術 $4 \times \text{小円の直径} = \text{大円の直径}$

解 大円、小円の半径をそれぞれ R, r とおく。図5より $\angle AOD = \angle AOC + \angle COD$ は直角であり、四角形OABDは長方形である。よって $OA = DB$ であるから $R - 2r = 2r$ より $R = 4r$ が成り立つ。

3. 3 第三問の解法

問(「極」には最大という意味があるので、問題文を以下のように解釈する。)

図のように楕円に内接する二等辺三角形のうち内接円(大円)が最大になるものを考える。この三角形に外接し楕円に内接する円のうち、最大のものを小円とする。楕円の長径と短径が与えられたとき小円径を求めるにはどうすればよいか。

術

$$\left\{ 0.25 - \left(\sqrt{\frac{\text{長径}}{2(\text{長径} + \text{短径})}} - 0.5 \right)^2 \right\} \times \text{短径} \\ = \text{小円径}$$

解

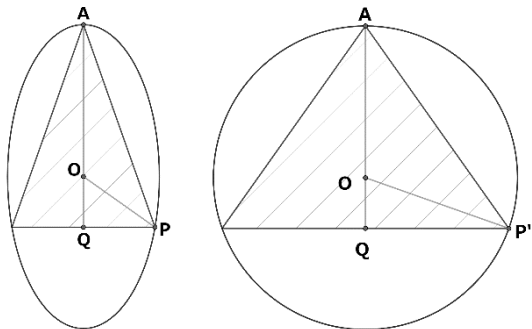


図6 楕円に内接する二等辺三角形

図6のように短径 $2a$ ，長径 $2b$ の楕円の中心を O とし， $PQ = x$ ， $OQ = y$ とする。楕円を横に b/a 倍すると半径 b の円になり， $P'Q = bx/a$ であるから

$$\left(\frac{b}{a}x\right)^2 + y^2 = b^2$$

すなわち

$$x^2 = \frac{a^2(b^2 - y^2)}{b^2} \quad (6)$$

が楕円に内接する二等辺三角形に関し成り立つ。

次に，この底辺 $2x$ ，高さ $y+b$ の二等辺三角形に内接する円の中心を C ，半径を R とおく（図7）。 $\triangle APQ$ と $\triangle ACT$ は相似であるから

$$AT = \frac{R}{x}AQ = \frac{R}{x}(y+b) \quad (7)$$

$$AP = \frac{x}{R}AC = \frac{x}{R}(y+b-R) \quad (8)$$

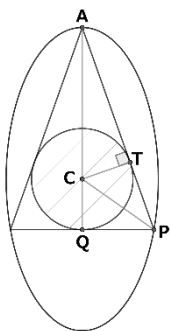


図7 二等辺三角形に内接する円

$PT = PQ = x$ より $AT = AP - x$ 。式(7)(8)を代入し

$$\frac{R}{x}(y+b) = \frac{x}{R}(y+b-R) - x$$

すなわち

$$(y+b)R^2 = (y+b-2R)x^2$$

これに式(6)を代入して x を消去すると

$$b^2R^2 - 2a^2(y-b)R + a^2(y^2 - b^2) = 0$$

ゆえに二次方程式の解の公式から

$$R = \frac{a}{b^2} \sqrt{(b-y)\{b(a^2+b^2) + (b^2-a^2)y\}} + \frac{a^2}{b^2}(y-b)$$

$$= \frac{ab}{a+b} - \frac{a}{2b^2(a+b)} \times$$

$$\left\{ \sqrt{(a+b)^2(b-y)} - \sqrt{b(a^2+b^2) + (b^2-a^2)y} \right\}^2$$

よって

$$(a+b)^2(b-y) = b(a^2+b^2) + (b^2-a^2)y$$

のとき，すなわち $y = \frac{ab}{a+b}$ のとき R は最大値 $\frac{ab}{a+b}$

をとり，内接円が最大になるのは円の中心 C が楕円の中心 O と一致するときである。このとき

$$AQ = \frac{ab}{a+b} + b = \frac{b(2a+b)}{a+b} \quad (9)$$

また式(6)より

$$PQ = x = \frac{a\sqrt{b(2a+b)}}{a+b} \quad (10)$$

であるから，三平方の定理より

$$AP = \sqrt{b(2a+b)} \quad (11)$$

が得られる。

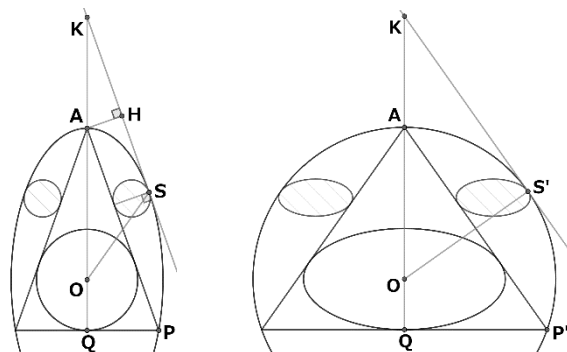


図8 三角形と楕円に接する最大の円

次にこの二等辺三角形に外接し、楕円に内接する円を考える。円の半径が最大になるのは図8の左図のように、楕円との共通接線が三角形の斜辺と平行なときである。これを右図のように横に b/a 倍すれば楕円は円になり、 $OS' = b$ である。式(10)より

$$P'Q = \frac{b}{a}PQ = \frac{b\sqrt{b(2a+b)}}{a+b} \quad (12)$$

$\triangle OKS'$ は $\triangle P'AQ$ と相似であるから式(9)(12)より

$$KS' = \frac{AQ}{P'Q}OS' = \sqrt{b(2a+b)}$$

$\triangle OKS'$ に三平方の定理を用いて

$$OK = \sqrt{2b(a+b)}$$

$$AK = OK - OA = \sqrt{2b(a+b)} - b \quad (13)$$

左図に戻って考えると、 $\triangle AHK$ は $\triangle PQA$ と相似であるから式(10)(11)(13)より

$$AH = \frac{PQ}{PA}AK = a \left(\sqrt{\frac{2b}{a+b}} - \frac{b}{a+b} \right)$$

すなわち

小円径 =

$$\text{短径} \left\{ \sqrt{\frac{\text{長径}}{2(\text{長径} + \text{短径})}} - \frac{\text{長径}}{2(\text{長径} + \text{短径})} \right\}$$

これは術文を展開したものと一致する。

3. 4 第四問の解法

問 図のように正方形の内に楕円があり、正三角形が接している。楕円の長径と短径が与えられたとき三角面（正三角形の辺長）を求めるにはどうすればよいか。

術

$$\sqrt{3} = \text{天}, \quad \left(\frac{\text{長径}}{\text{短径}} \right)^2 + 1 = \text{地}$$

とおくと

$$\begin{aligned} & \frac{\text{長径}^2}{\text{短径} \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ 4 \sqrt{\text{地天} + (\text{天} + 1) \text{地}} \right\} (\text{天} + 1) + 2 \text{天}}} \\ & = \text{三角面} \end{aligned}$$

注 文献9)では長方形に内接する楕円の方程式について考察しており、そうした図形を扱う算額問題の例の一つとしてこの問題をあげている。この問題の場合は正方形であるから対角線が楕円の軸と一致しており、長方形よりずっと易しい問題になる。

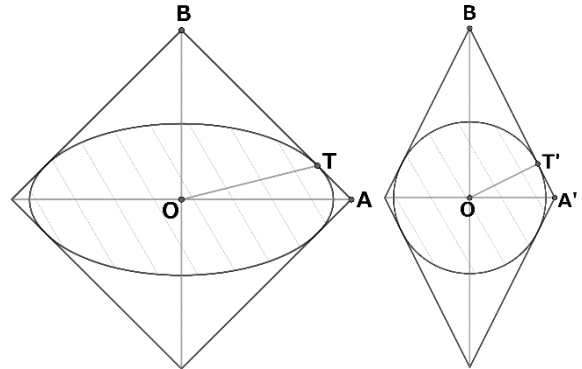


図9 正方形に内接する楕円

解 長径、短径、正方形の対角線の長さのそれぞれ半分を a, b, k とおき、まず k を求める。図9の右図のように横方向に b/a 倍すると楕円は半径 b の円になるので $OT' = b$ 。また $OB = k$, $OA' = bk/a$ と三平方の定理から $A'B = \sqrt{a^2 + b^2}k/a$ 。和算の基本公式集『算法天生法指南』(1810)¹⁵⁾巻之一十四丁より

$$-OA' \cdot OB + OT' \cdot A'B = 0$$

であるから

$$-\frac{b}{a}k \cdot k + b \cdot \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}k = 0$$

よって $k = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。

図10のように正三角形をいれる。点線のように補助線を引いて $\triangle ADF$ の辺の比を考えると

$$AF : AD = \sqrt{6} : (\sqrt{3} + 1)$$

$AD = \sqrt{2}k$ であるから $AF = (3 - \sqrt{3})k$ 。よって

$$OF = AF - AO = (2 - \sqrt{3})k \quad (14)$$

$$DF = \sqrt{OD^2 + OF^2} = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)k \quad (15)$$

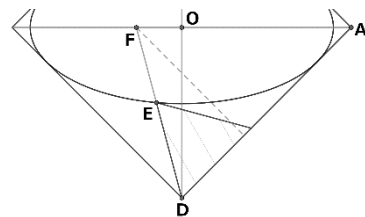


図10 正三角形を入れた図（変換前）

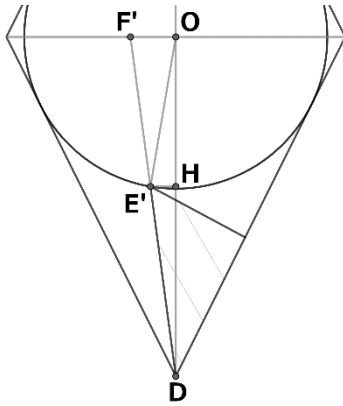


図 1.1 正三角形を入れた図 (変換後)

図 1.1 のように横方向に b/a 倍すると式(14)より

$$OF' = \frac{b}{a} OF = \frac{(2 - \sqrt{3})b}{a} k$$

$OD = k$ であるから三平方の定理より

$$DF' = \sqrt{a^2 + (7 - 4\sqrt{3})b^2} k \quad (16)$$

点 E' から OD へひいた垂線の足を H とし, $\triangle ODE'$ に『算法助術』二十の公式を用いると

$$OE'^2 = DE'^2 + OD^2 - 2OD \cdot HD \quad (17)$$

$DE' = l$ とおき, $OE' = b$, $HD = \frac{OD}{DF'} DE'$ であること

と式(16)を用いると式(17)は次のようになる。

$$l^2 - \frac{2a\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + (7 - 4\sqrt{3})b^2}} l + a^2 = 0 \quad (18)$$

一般に二次方程式 $px^2 + qx + r = 0$ の解は

$$x = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

のように表すこともでき, 和算ではこの形もよく用いられる。よって二次方程式(18)の解は

$$l = \frac{a\sqrt{a^2 + (7 - 4\sqrt{3})b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt[4]{3}(\sqrt{3} - 1)b}$$

これと式(15)(16)を用いると三角面は

$$DE = \frac{DF}{DF'} DE' = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)a}{\sqrt{a^2 + (7 - 4\sqrt{3})b^2}} l$$

$$= \frac{2\sqrt{2}a^2}{(\sqrt{3} + 1)\sqrt{a^2 + b^2} + 2\sqrt[4]{3}b}$$

術文の記号を用いれば

$$\text{三角面} = \frac{\sqrt{2} \text{長径}^2}{\text{短径} \left\{ (\text{天} + 1) \sqrt{\text{地} + 2\sqrt{\text{天}}} \right\}}$$

である。これは術文の分母の二重根号を外したものと一致する。

第一問については術文の式が自然と得られたが, 第三問・第四問については術文よりも簡単な形で式が得られた。算額では, 簡単な式をわざわざ複雑に変形して術文とすることもあるため, 作題者と解法が異なるのかどうかはわからない。

4. 葉山神社奉納算額の解法について

葉山神社奉納算額については文献8)に解法例が載っているが, 本稿では別解を示す。和算では反転法¹⁵⁾に相当する解法が知られていたが, 第一問は反転法を用いると文献8)より簡単に計算できるので紹介する。第二問から第四問までは, 文献8)は現代的な三角関数を用いた手法で解いているので, 三角関数を用いない解を示す。特に第二問は, 角度を使わず辺長と半径だけで計算したほうがシンプルである。

4. 1 第一問の解法

問 図のように外円の内で大円二個と中円二個と小円二個が接している。小円径が八寸のとき, 大円径はいくらか。

答 大円径は十七寸

術 小円径 $\times 17/8 =$ 大円径

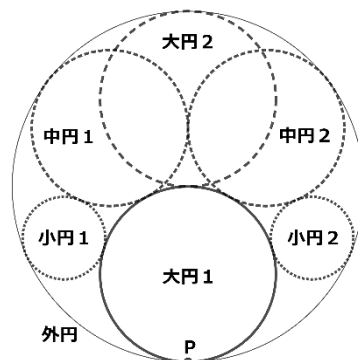


図 1.2 反転前の元の図

解 大円の半径を R とおく。このとき外円の半径は $2R$ である。図 1 2 のように外円と下の大円の接点 P を反転の中心とし、半径 1 の円に関して反転すると図 1 3 のようになる。

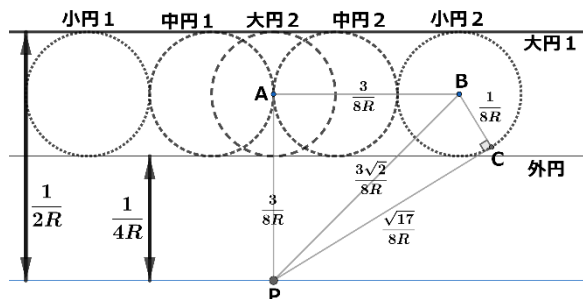


図 13 反転後の図

点Pを通る、直径 $4R$ の外円と直径 $2R$ の大円は、P からの距離がそれぞれ $1/(4R)$, $1/(2R)$ の平行な二直線になる。点Pを通らない円に関しては、反転基本式より、反転前の半径は反転後の半径を接線の長さの二乗で割ったものである¹⁶⁾。

中円の接線の長さPA は $3/(8R)$ であるから

$$\text{中円の半径} = \frac{1}{8R} \div \frac{9}{64R^2} = \frac{8}{9}R$$

小円の接線の長さPCは $\sqrt{17}/(8R)$ であるから

$$\text{小円の半径} = \frac{1}{8R} \div \frac{17}{64R^2} = \frac{8}{17}R$$

これより術が得られる。

4. 2 第二問の解法

問 図のように正方形の内に二等辺三角形二個と大円と天円各四個，小円一個が接している。小円径が一寸のとき，天円径はいくらか。

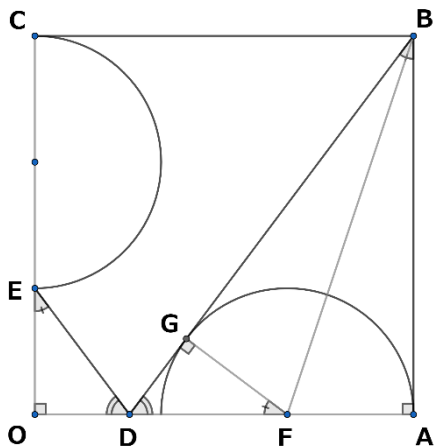


図 14 大円径を考える

答 天円径 = 0.8658 …

術 $(11 - \sqrt{40}) \times \text{小円径} \div 5,4 = \text{天円径}$

解 図14のように元の図の右上四分の一を考える。 $AB = a, AD = b$, 大円の半径を R とおく。

$$OE = a - 2R, \quad OD = a - b \quad (19)$$

であるが、 $\triangle OED$ は $\triangle ABD$ と相似であるから

$$b(a - 2R) = a(a - b) \quad (20)$$

FG = R であるが、△GFD も △ABD と相似だから
 $DG = bR/a$ 。一方 $GB = AB = a$ であるから△ABD
 に三平方の定理を用いると

$$a^2 + b^2 = \left(\frac{bR}{a} + a\right)^2 \quad (21)$$

式(20)(21)より

$$R = a/3, \quad b = 3a/4 \quad (22)$$

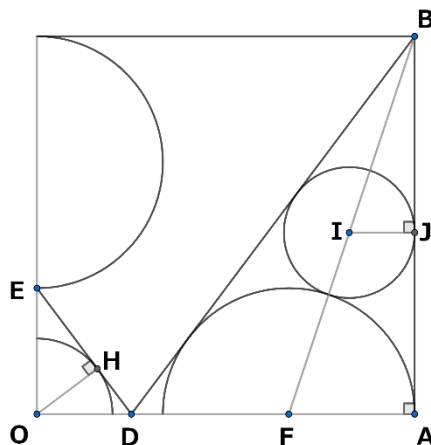


図15 小円径・天円径を考える

小円の半径を s とおく。△OED に『算法天生法指南』巻之一十四丁の基本公式を用いると

$$-OD \cdot OE + OH \cdot DE = 0$$

式(19) (22)より $OE = a/3, OD = a/4$ であるから

$$-\frac{a}{4} \cdot \frac{a}{3} + s \cdot \frac{5}{12}a = 0$$

ゆえに $s = a/5$ 。

天円の半径を t とおく。 $AF = a/3$ であるから $BF = \sqrt{10}a/3$ 。 $IJ = t$ と $\triangle BIJ$ が $\triangle BFA$ に相似であることから $BI = \sqrt{10}t$ 。 よって BF を考えると

$$\sqrt{10}t + t + \frac{1}{3}a = \frac{\sqrt{10}}{3}a$$

すなわち

$$t = \frac{11 - 2\sqrt{10}}{27}a = \frac{5(11 - 2\sqrt{10})}{27}s$$

こうして術が得られ、小円径に1を代入すれば答の数値が得られる。

4. 3 第三問の解法

問 図のように等しい菱形二個と外円があり、菱形は四か所で外円と接している。これらに接する等円二個の円径が一寸のとき、外円径はいくらか。

答 外円径 = 2.38 …

術 $\sqrt{0.5} + 0.5 = \text{乾}$, $\text{乾} - 0.5\sqrt{1.5 - \text{乾}} = \text{坤}$ とおけば

$$\left(\sqrt{\text{坤}^2 + \text{乾}} + \text{坤}\right) \times \text{等円径} = \text{外円径}$$

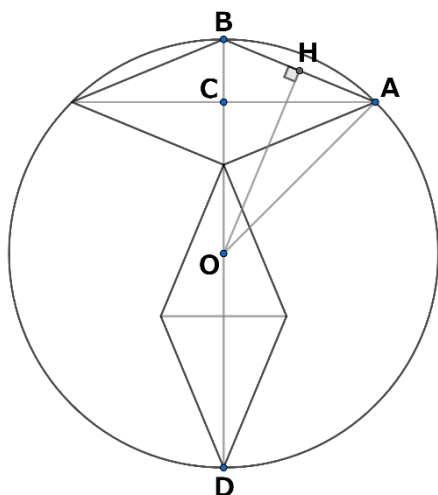


図 16 菱形の辺長と外円径の比を求める

解 図 16 において $AC = a$, $BC = b$, 外円の半径を R とおく。直径 BD を考えると $2R = 2(a + b)$ だから $R = a + b$ 。 $OC = (a + b) - b = a$ 。したがって $\triangle OAC$ は直角二等辺三角形であり、 $\angle COA = 45^\circ$ と $R = OA = \sqrt{2}a$ がわかる。よって

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}R, \quad b = R - a = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$$

O から AB におろした垂線の足を H とすると

$$\angle BAC = \angle BOH = \frac{1}{2} \angle BOA = 22.5^\circ$$

次に図 17 のように等円を入れ、菱形との接点を F, G , 外円との接点を I , 中心を J , 半径を r として $\triangle OEJ$ を考える。 $\angle FEG = 90^\circ$ であるから四角形 $EFJG$ は一片の長さ r の正方形で $EJ = \sqrt{2}r$ 。一方 $OJ = R - r$, $OE = R - 2b = (\sqrt{2} - 1)R$ 。

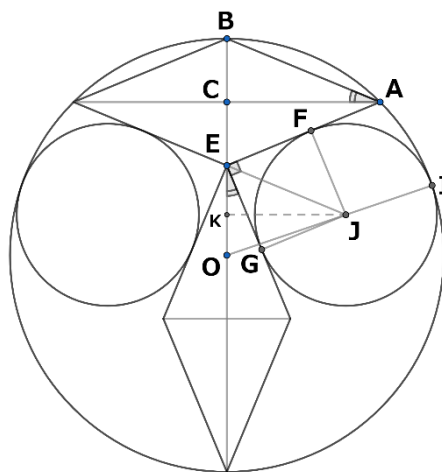


図 17 等円径と外円径の比を求める

$\triangle OEJ$ に『算法助術』二十を用いると

$$OJ^2 = OE^2 + EJ^2 - 2OE \cdot EK \quad (23)$$

ここで

$$\angle OEJ = 22.5^\circ + 45^\circ = 67.5^\circ = \angle CBA$$

であるから $\triangle EKJ$ は $\triangle BCA$ と相似である。三平方の

定理より $BA = \sqrt{2 - \sqrt{2}} R$ であるから

$$\begin{aligned} EK &= \frac{BC}{BA} EJ \\ &= \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2 - \sqrt{2}} \times \sqrt{2} r = \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} r \end{aligned}$$

よって式(23)を具体的に書くと

$$(R - r)^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 R^2 + 2r^2$$

$$- 2(\sqrt{2} - 1) \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} r R$$

これを整理すると

$$R^2 - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} \right) r R - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) r^2 = 0$$

となる。術文の記号を用いれば

$$R^2 - 2 \text{坤} r R - \text{乾} r^2 = 0$$

であるから、解の公式より

$$R = \left(\text{坤} + \sqrt{\text{坤}^2 + \text{乾}} \right) r$$

ゆえに術文が得られる。等円径に1を代入すれば答の値が得られる。

4. 4 第四問の解法

問 図のように等円四個と接する半円がある。等円径が与えられたとき、黒い部分の面積はいくらか。

術 $\sqrt{0.5}$ = 位 とおけば

$$\left\{ \left(\sqrt{\text{位} + 1} + \text{位} \right) \times \text{円積率} - 0.5 \right\} \times \text{等円径}^2 = \text{黒積}$$

※ 円積率とは、円の面積と外接する正方形の面積との比のこと。すなわち $\pi/4$ のこと。

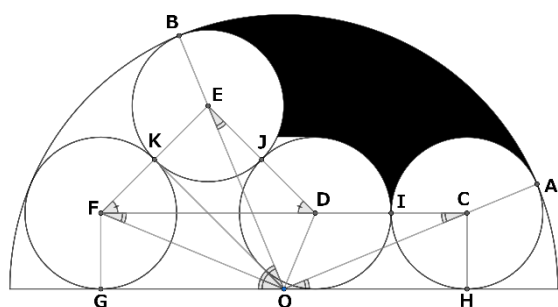


図 18 葉山神社算額第四問の解法図

解 図 18 からわかるように、扇形 OAB の面積から $\triangle OCD$, $\triangle OED$, 扇形 CAI, 扇形 DIJ, 扇形 EJB の面積を引けばよい。等円の半径を r とおく。

$\angle COH = \theta$ とおくと、 $\angle KEO = 90^\circ - \theta$ であるから $\angle FED = 90^\circ - \theta + \theta = 90^\circ$ 。よって $\triangle FED$ は直角二等辺三角形であり、 $\angle EFD = \angle EDF = 45^\circ$ 。

$\angle KFO = \angle EFD + \angle CFO$ より $90^\circ - \theta = 45^\circ + \theta$ であるから $\theta = 22.5^\circ$ 。O のまわりの角を考えれば、 $\angle AOB = 180^\circ - 4\theta = 90^\circ$ であることがわかる。 $\angle ACI = \angle JEB = 157.5^\circ$, $\angle IDJ = 135^\circ$ であるから

$$\text{扇形 CAI} \cdot \text{DIJ} \cdot \text{EJB の面積の和} = \frac{5}{4}\pi r^2 \quad (24)$$

また $\triangle OED$ の面積は $\triangle OCD$ の面積と等しく

$$\triangle OCD \text{ の面積} = \frac{1}{2}CD \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot r = r^2 \quad (25)$$

一方 $FC = FD + DC = \sqrt{2} \cdot 2r + 2r$ であるから、 $OH = GH \div 2 = FC \div 2 = (\sqrt{2} + 1)r$ 。 $\triangle OCH$ に三平方の定理を用いれば $OC = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}r$ であり

$$OA = OC + CA = \left(\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} + 1 \right) r$$

ゆえに扇形 OAB の面積は

$$\pi \cdot OA^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2 + \sqrt{2}} + 1) + 5}{4} \pi r^2 \quad (26)$$

式(24)(25)(26)より黒い部分の面積は

$$\left\{ \left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}} + 1} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \pi - 2 \right\} r^2$$

よって術文を得ることができた。第三問と第四問は 22.5° という角が出てくる共通点があるため、その三角比に現れる二重根号が答にも反映される。

5. おわりに

「はじめに」でも述べたように、本紀要での算額調査報告は3回目を迎えた。各地に点在する算額の数量に比して、試行錯誤しながらの我々の調査の歩みはあまりにも鈍く、いまこの瞬間にも失われゆく算額があると思うと歯痒いばかりである。しかし、調査を始めたばかりの頃に比べれば、最近では算額を見て気がつくことや気になることが少しずつ増えてきていると感じる。使い古された格言ではあるが、継続は力なり。先人の言葉を信じて今後も調査を進めていきたいと思う。

謝辞

本稿で発表した算額の調査にご同行いただいた萬伸介氏、遊佐文明氏、山岸圭太氏、茂木悟氏、新井田将光氏にはたいへんお世話になった。また、葉山神社、久須師神社、横倉愛宕神社におかれては、本調査に快くご協力いただいた。ご関係の皆様に改めて感謝申し上げる。

本研究は JSPS 科研費 JP19K12709 の助成を受けたものであることを記し、謝意を表する。

参考文献

- 1) 平山諦・八巻寿亮：宮城の算額 南部，謄写版(1967)
- 2) 平山諦・八巻寿亮・生駒利夫：宮城の算額 北部，謄写版(1968)
- 3) 八巻寿亮・平山諦・生駒利夫：宮城の算額 続・補遺，謄写版(1971)
- 4) 八巻寿亮：宮城の算額 続々，謄写版(1980)
- 5) 八巻寿亮：宮城の和算，けやきの街(1985)

- 6) 数学道場編：社友列名，明治 12 年 3 月序(1879) 国立国会図書館デジタルコレクションにて全文を閲覧できる。
- 7) 『宮城の和算』11 塩竈神社算額 (39-41 ページ)，『宮城の算額 南部』15 塩釜神社算額 (文久元年) 参照。
- 8) 雄勝町教育委員会編：雄勝町の絵馬，雄勝町の文化財 (二) (1996)
- 9) 大場利樹：「長方形の内接楕円」について，岩手県和算研究会会誌第 12 号，pp.4-8 (2020)
- 10) 『宮城の算額 北部』45 金華山算額 (明治 19 年) 参照。
- 11) 萬伸介：最近確認された宮城県内の算額について，第 14 回全国和算研究大会，2018 年 8 月
- 12) 萬伸介：丸森町・大和町・角田市の算額について，第 27 回東北地区和算研究交流会，2018 年 10 月
- 13) 米山忠興：和算の解法—美しい幾何の問題を解く楽しみ，開成出版(2012)
- 14) 土倉保：新解説・和算公式集 算法助術，朝倉書店(2014)
- 15) 藤井康生：算法天生法指南問題の解説，大阪教育図書 (1997)
- 16) 田部井勝稲・松本登志雄：反転法と算変法，一粒書房 (2014)

付録 葉山神社・久須師神社・横倉愛宕神社 奉納算額 翻刻

【凡例】

- 一、漢字は、原則として常用漢字を使用し、常用漢字以外のものは正字に改めた。
- 二、漢数字はすべて小字（一、二、三、など）を用いることとした。
- 二、文意に応じて、適宜句点（。）・句読点（、）などを付した。
- 三、原則として、改行位置は原文と同じである。但し、句点・句読点などを付したため、一行内の字数は同じではない。
- 四、本文では、必要に応じて（第一問）（第二問）のように標注を附した。
- 五、欠損や判読不能の場合、字数が推定できるものは□で示し、判読困難ながら文字を類推できるものは文字を□で囲って表した。

【翻刻】

《1》 葉山神社奉納算額

奉

関流九伝大和田秀治茂忠閔

（第一問）

今有外円内如図設大円二個、容中円二個※¹、小円二個。其小円径八寸。問大円径幾何。

答曰、大円径一十七寸。

術曰、置小円一十七、因八除之、得大円径、合問。

千葉勝蔵茂一

（第二問）

今有方内如図設二圭形、容大円天円各四個及小円一個。其小円径一寸。問天円径幾何。

答曰、天円径八分六厘五毛八糸、有奇。

術曰、置四十個※²、開平方、以減一十二個、餘乘小円径、以五個四分除之、得天円径、合問。

千葉久吉正忠

（第三問）

今有外円内如図設等棱※³二個、之棱端切四処

之外円周、容等円二個。其等円径一寸。問外円
径幾何。

答曰、外円径二寸三分八厘、有奇。

千葉智善正康

術曰、置五分、開平方、加五分^{乾名}、以減一個^{※4}五分
余開平方、半之、以減乾余^{坤名}、自之加乾、開平方、
加坤、乘等円径、得外円径、合問。

（第四問）
今有半円内如図設等円四個、画黒積。其等円

径若干。問黒積幾何。

答曰、黒積如左文。

術曰、置五分、開平方^{名位}、加一個、開平方、加位、乘

円積率、内減五分、餘乘等円径冪、得黒積、合問。

千葉庄吉忠成

納

明治十七年

旧正月八日

- ※1 個：原文「个」。「個」「箇」「ヶ」と同じ意を表す別体字であるため、「個」とする。
- ※2 個：原文「个」。※1に同じ。
- ※3 棱：角材の切断面を意味する漢字。ここでは菱形の図形を指す。
- ※4 個：原文「个」。※1に同じ。

《2》 久須師神社奉納算額

関流九伝佐藤栄助兼文門人

（第一問） 今有如図合弧内設斜容等円二箇。其

短径長径各若干。等円径若干。問得斜

術如何。

〔第二問〕

答術曰、置長徑、自之以短徑除之、加短徑半之^{上名}、倍之内減短徑及等円径、余乘短徑与等円径差^{中名}、開平方以除上与短徑差^{下名}、列中内減等円径冪、余乘下冪、以減上冪、余開平方内減下因等円径余得斜、合問。

今有如図大円洩二斜^{※1}画小円六箇。其小円若干。問得大円径術如何。

答術曰、置小円径四之得大円径、合問。

桃生郡雄勝浜

杉山萬七信光

〔第三問〕

今有側円内如図設圭容大小極円。其側円長徑短徑各若干。問得小円径術如何。

答術曰、置長徑、以長短徑和二段除之、開平方内減五分余、自之以減二分五厘、余乘短徑、得小円径、合問。

〔第四問〕

今有方内如図設側円容三角。其側円長徑若干、短徑若干。問得三角面術如何。

答術曰、置三箇開平方^{天名}、列長徑以短徑除之、自之加一箇^{地名}、乘天開平方四之加天与一箇和、因地乘天与一箇和半之加天二段開平方乘短徑以除長徑冪、得三角面、合問。

同 郡尾崎浜

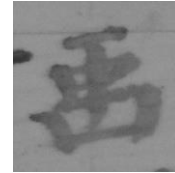
橋本徳治孝利

奉納

明治二十年

陰四月八日

※1 画：：字形は左写真参照。意味・字形から「画」が最も有力と思われる。



《3》 横倉愛宕神社奉納算額

掲奉

中西流算術 岸浪道房

磐城国伊具郡小斎

門人 佐々木茂寿解

(第一問) 今有如図大円径内容元京各^一個、利円径^二個、其交隙画上下各^一個、

貞円径^二個。只言上円径^二寸、下円径^六寸。問貞円径幾何。

答曰、貞円径三寸。

術曰、置上径、乘下径^{之倍}名天、^{置上径加下径}以除天、得貞円径、合問。

(第二問) 今有如図圭内容菱形全円^一個、及等円径^二個。只言全円径^{一十}四寸。問等円径幾何。

答曰、等円径四寸。

術曰、置全径^{之倍}七除之、得等円径、合問。

同国同郡島田

戸村甚平嘉幸撰

(第三問) 今有如図大円径内容中円^二個、小円^{上下各八個}、其交隙画円線。只言

中円径^{一十}五寸。問小円径幾何。

答曰、小円径五寸。

術曰、置中円径三除之、得小円径、合問。

同

目黒資雄撰

(第四問) 今有如図直線上載大円^二個 相交、其間^{容中円径一個。小円径三個}。只言大円径

二十。
七寸。問中円径幾何。

答曰、中円径六寸

術曰、置大円径之倍九除之、得中円径、合問。

同国同郡小斎

岸浪大橋繁房撰

（第五問）

今有如図团扇内三角相交容大円二個、小円径二個。只言大円径二十三寸四分。問小円径幾何。

答曰、小円径七寸。

術曰、置大円径三之一位退之、得小円径、合問。

同国同郡島田

佐久間東平遣房撰

（第六問）

今有如図甲円径内隔玄容乙円一個、丙円一個、丁円径二個。只言乙円径四寸、丙円径三寸※、丁円径一寸。問甲円径幾何。

答曰、甲円径八寸。

術曰、置乙円径加丙円及丁円径、得甲円径、合問。

（第七問）

今有如図大円径内容甲円二個、乙円一個、丙半円二個。只言大円径一十寸。問丙円径幾何。

答曰、丙円径九寸。

術曰、置大円径之三、以五除之、得丙円径、合問。

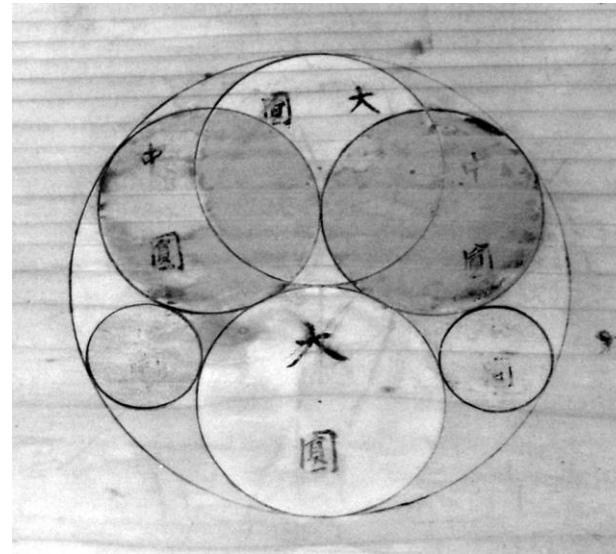
工人 戸村清重郎昌吉

紀元二千五百四十二年第一月

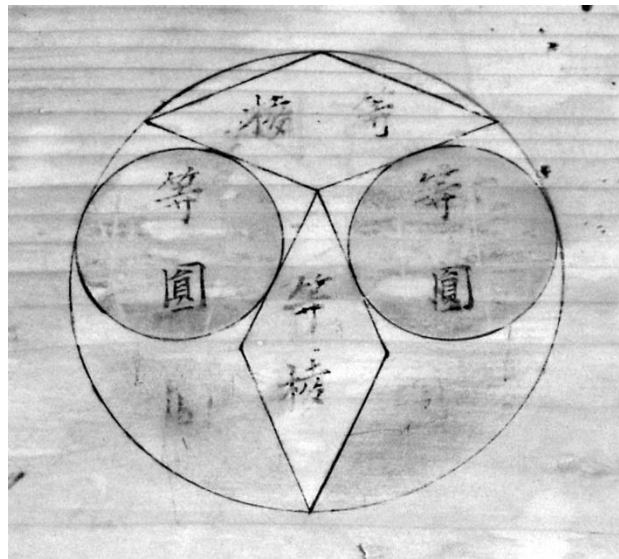
※1 三寸：「弍」を見せ消しで「三」に修正している。

【図】
《1》 葉山神社奉納算額

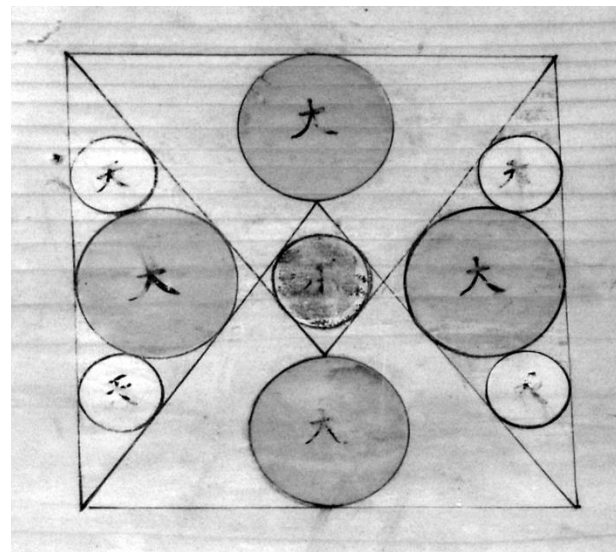
(第一問) 赤外線写真



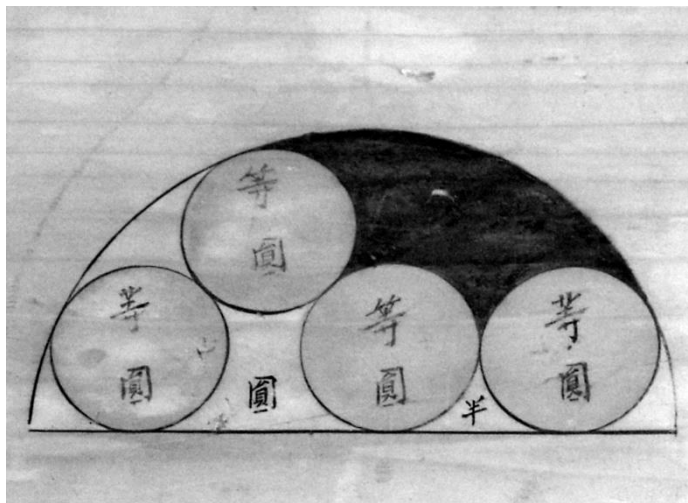
(第三問) 赤外線写真



(第二問) 赤外線写真

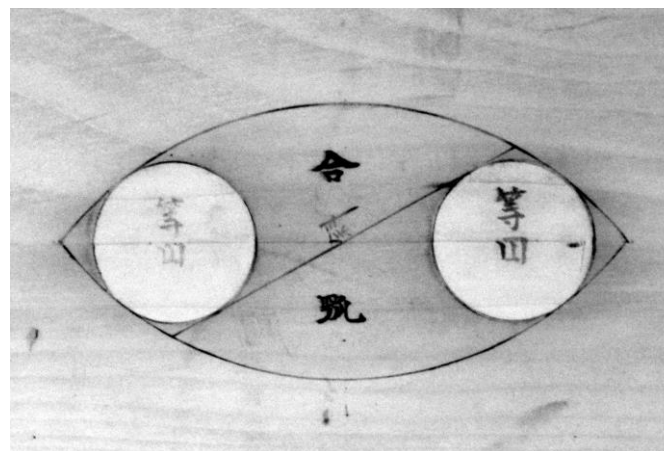


(第四問) 赤外線写真

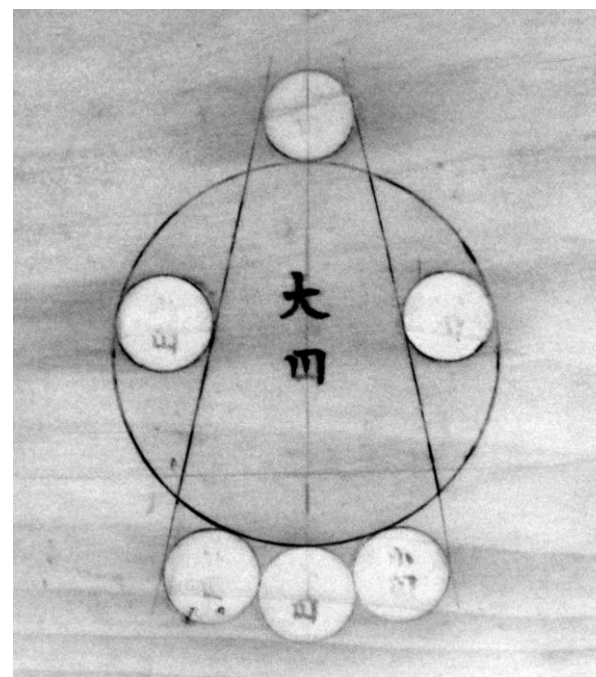


《2》 久須師神社奉納算額

(第一問) 赤外線写真

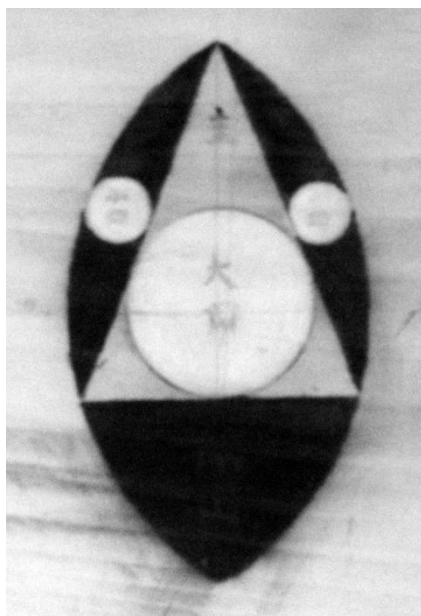


(第二問) 赤外線写真

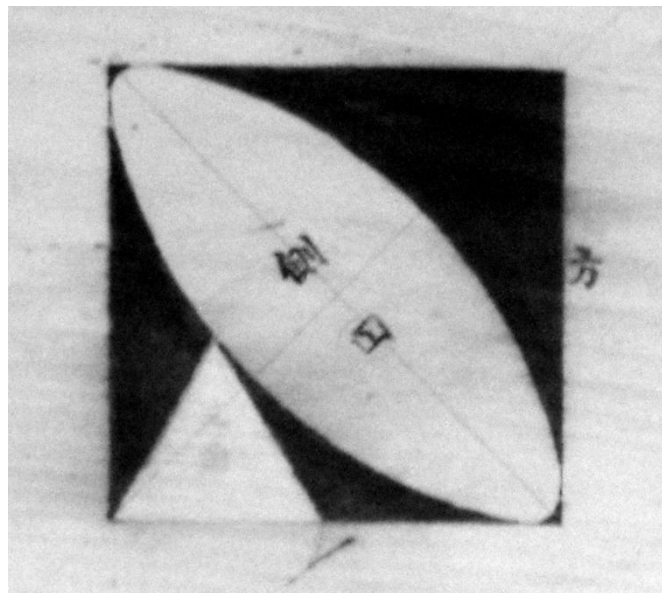


谷垣美保, 徳竹亜紀子

(第三問) 赤外線写真

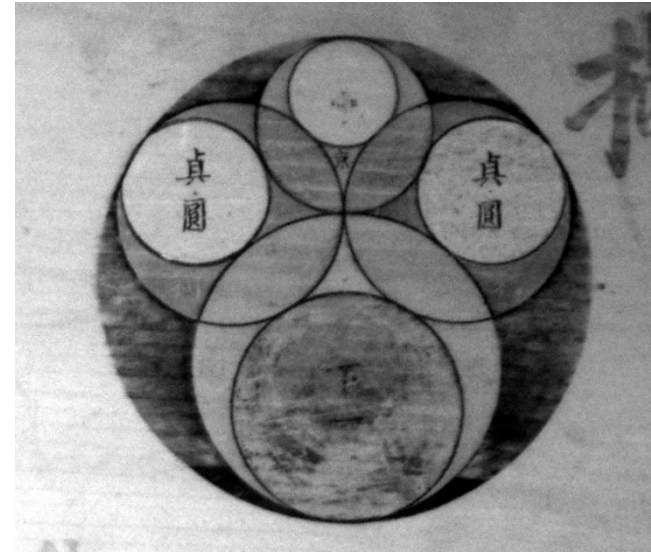


(第四問) 赤外線写真

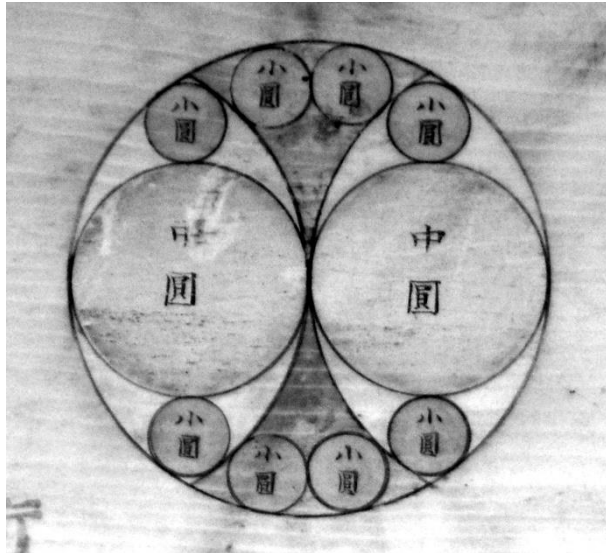


《3》 横倉愛宕神社奉納算額

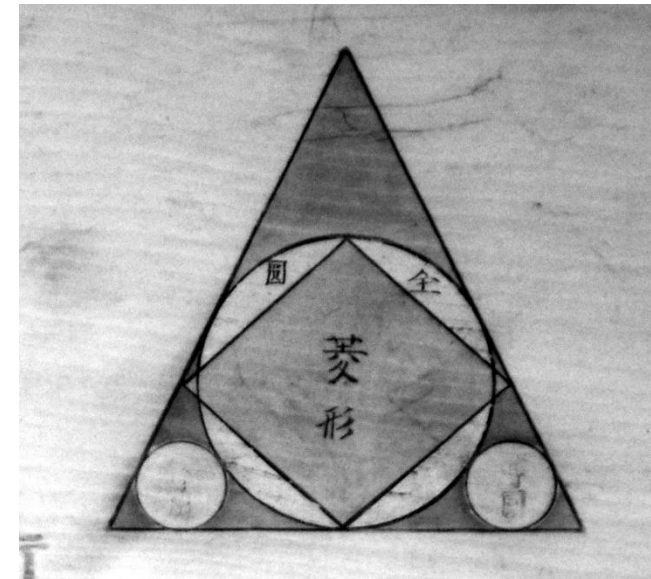
(第一問) 赤外線写真



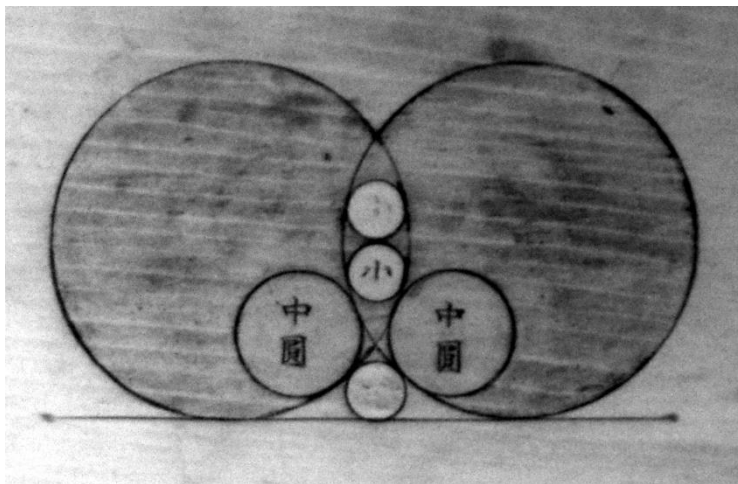
(第三問) 赤外線写真

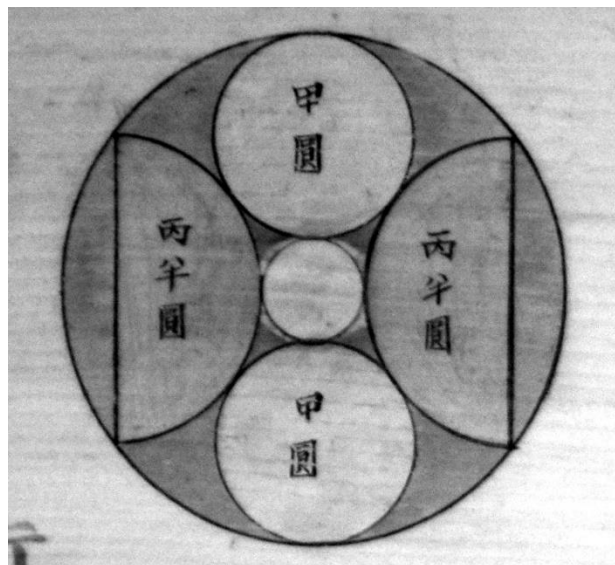


(第二問) 赤外線写真

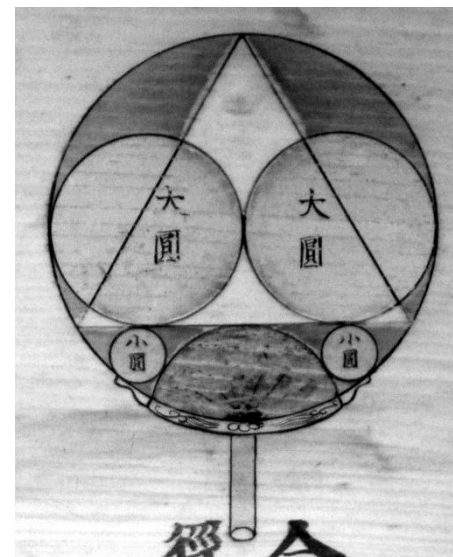


(第四問) 赤外線写真

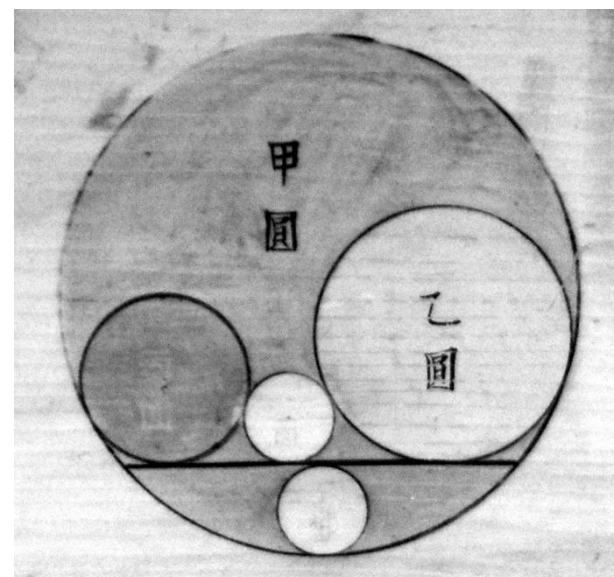




(第七問) 赤外線写真



(第五問) 赤外線写真



(第六問) 赤外線写真