

板まわりの数値シミュレーション

要旨

差分法を用いて、矩形板および楕円柱まわりの流れの2次元数値シミュレーションを行なった。結果、 Δ であり $\triangle$ であることが分かった。

1 はじめに

水や空気は無色透明であるから、その流れの様子を見ることはできない。プールに入って体が動きづらくなることによって、その存在を体感することがある程度だろうか。実際には、自動車や鉄道など高速で移動する物体には空気があるがゆえに発生する力が存在するし、飛行機が上空を飛行したり船が進むことができるのも流体があるがゆえの現象である。

物体まわりの流れの研究方法は、解析的な方法と実験的な方法、数値計算による手法がある。近年、コンピュータの急激な進歩により数値シミュレーションの研究が進展している¹⁾。しかし現在では、どの手法で研究にアプローチすべきかを選択し、その結果を十分に理解して取り入れることが必須である。

本実験では、物体として矩形板、楕円柱を採用し、圧力、流線、渦度、速度を観察する。

2 目的

差分法を用いた数値シミュレーションによる板まわりの流れの観察を行ない、 $\bigcirc$ に注目することによって $\triangle$ と $\square$ との違いを明らかにする。(目的は「自分が導き出す結論」に対応するものにする)

3 計算方法

計算領域は図1に示すように2次元領域である。座標系は物体中央を原点とし、流れ方向に x 、流れと垂直方向に y とする。格子点数は $N_i \times N_j = 128 \times 64$ である。物体が円柱の場合には円形格子を用いる。速度境界条件には、壁面に滑り無し条件を課す。離散化には差分法を用い、移流項には3次の上流差分、その他の項には2次の中心差分を採用する²⁾。

支配方程式は非圧縮性ナビエ・ストークス方程式、連続の式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

である。ここで、 $\mathbf{u}$ は速度ベクトル、 t [s] は時間、 ρ [kg/m³] は密度、 p [Pa] は圧力、 ν [m²/s] は動粘性係数を示す。

計算条件は、主流速度 $U = 5$ m/s、楕円柱長軸 $a = 3.024 \times 10^{-3}$ m、短軸 $b = 3.780 \times 10^{-4}$ m である。矩形板は長さ $l = 3.024 \times 10^{-3}$ m、厚さ $d = 3.024 \times 10^{-6}$ m であり、作動流体は空気で動粘性係数 $\nu = 1.512 \times 10^{-5}$ m²/s (20 °C) である。計算に用いた時間間隔は $\Delta t = 0.016556$ s である。

楕円柱では、迎角 θ , θ degree の θ つのケースについて、矩形板では、迎角 θ , θ , θ degree の θ つのケースについて計算を行なう。(自分で考察に必要なものだけ選択して書くこと)

3.1 差分法

差分とは微分を離散点で近似する手法である。本計算で用いた2次精度の中心差分は関数 f の1階微分

$$\frac{\partial f}{\partial x} \sim \frac{(f_{n+1} - f_{n-1}))}{2\Delta x}, \quad (3)$$

ここで n は格子点番号を示す．2 階微分

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \sim \frac{(f_{n+1} - 2f_n + f_{n-1}))}{\Delta x^2} \quad (4)$$

で近似した．3 次精度上流差分は

$$u \frac{\partial u}{\partial x} \sim u_n \frac{-u_{n+2} + 8(u_{n+1} - u_{n-1}) + u_{n-2}}{12\Delta x} + \frac{|u_n|\Delta x^3}{12} \frac{u_{n-2} - 4u_{n-1} + 6u_n - 4u_{n+1} + u_{n+2}}{\Delta x^4} \quad (5)$$

と近似した．

3.2 レイノルズ数

レイノルズ数は

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (6)$$

と表わすことができる³⁾．ここで， U [m/s] は代表速度， L [m] は代表長さ， ν [m²/s] は動粘性係数である．

3.3 渦度

渦度は

$$\boldsymbol{\omega} = \text{rot} \boldsymbol{u} \quad (7)$$

である．2 次元流れの場合，

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad [1/\text{s}] \quad (8)$$

となる．

3.4 迎角，揚力・抗力

物体が流れに対してなす角度 α を迎角という．また，物体に働く力の流れと垂直方向に働く分力を揚力 (Lift) といい，流れと平行方向に働く分力を抗力 (Drag) という．それぞれ，揚力 L [N]・抗力 D [N] は

$$L = C_L \frac{1}{2} \rho U^2 S \quad (9)$$

$$D = C_D \frac{1}{2} \rho U^2 S \quad (10)$$

と表わされ， C_L ， C_D は揚力係数，抗力係数と呼ばれる． S [m²] は投影面積を示す．(本計算では奥行き方向長さ 1 として S の部分は長径 a または長さ l となる．)

4 結果

図??に時刻 $t = * \text{ s}$ の圧力場を示す．圧力は物体上流側で高い値を示していることが分かる．図??に時刻 $t = * \text{ s}$ の流線を示す．流線は物体下流側で波うち流れが〇〇であることが分かる．図??に時刻 $t = * \text{ s}$ の渦度場を示す．渦度は物体付近で〇〇であること，また△△が**であることが分かる．図??に時刻 $t = * \text{ s}$ の速度場を示す．速度は物体後流で**と@@が##していることが分かり，…である．

5 課題と考察

5.1 流体の計算法

…

5.2 数値計算と実験の違い

...

5.3 流線，流跡線，流脈線

...

5.4 レイノルズ数

...

5.5 渦と渦度

...

5.6 迎角変化と流れの対応

...

5.7 揚力

...

5.8 ○○○（オリジナルな考察）

...

6 結論

差分法を用いて 2 次元数値シミュレーションによる板まわりの流れの観察を行なった．結果，以下のことが分かった．

- ○○
- △△
- ××

参考文献

- [1] Noro, S., and Depp, J. C., “What is a Vortex”, Journal of Vortex, Vol. 1 (2013), pp. 1-13.
- [2] 野呂秀太，湯ノ川学，“論文の例”，仙台論文集，Vol. 1 (2013)， pp. 20-35.
- [3] 野呂秀太，論文の手引き，初版 (2013)，p. 5，仙台高専.

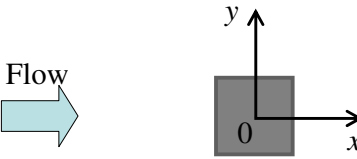


Fig. 1 座標系

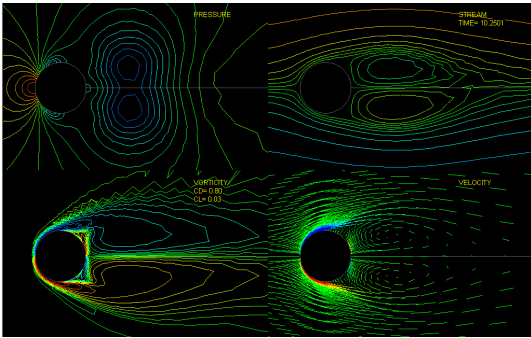


Fig. 2 画面の表示