

# 物体後流の数値シミュレーション

## 1 はじめに

身近な流体の代表例として水や空気がある。これらは日常的に我々の周りに存在しているが、無色透明であるから流れの様子を目の当たりにすることはほぼ無い。流れを目視できるようにする可視化は、川に浮かぶ木の葉や煙突から出る煙が親しみがある。

流体力学のはじまりはアルキメデスまでさかのぼる必要はないかもしれないが非常に古い。それでもなお現在においても物体後流の研究は第一線の研究トピックとして扱われている。その理由は単純であり、理解できていないことが未だあるからである。

可視化の方法は、実験的な方法と数値計算による手法がある。近年、コンピュータの急激な進歩により数値シミュレーションの研究が進展している。数十年前のスーパーコンピュータは、もはや現在では個人が購入できるパーソナルコンピュータのスペックと同等になっている。しかしながら、その結果は数値シミュレーションの有利な点と不利な点を理解して取り扱うことが必須である。

本実験では、物体として円柱と角柱を採用し、物体後流の流れの数値シミュレーションを行なう。

## 2 目的

数値シミュレーションによる物体後流の流れの可視化を行ない、流体力学で取り上げられる諸量と、流れの性質を理解する。ここで、数値計算の具体的な方法を理解することが本実験の目的ではないことを断っておく。

## 3 計算方法

計算領域は図1に示すように2次元領域である。座標系は物体中央を原点とし、流れ方向に  $x$ 、流れと垂直方向に  $y$  とする。格子点数は  $N_i \times N_j = 128 \times 64$  である。物体が円柱の場合には円形格子を、角柱の場合には矩形格子を用いる。速度境界条件には、壁面に滑り無し条件を課す。離散化には差分を用い、移流項には3次の上流差分、その他の項には2次の中心差分を採用する。

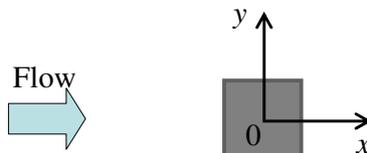


Fig. 1 座標系

支配方程式は非圧縮性ナビエ・ストークス方程式、連続の式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

無次元系では、

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + (\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* = -\nabla p^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}^* \quad (3)$$

(\*は無次元数を表わす) である。ここで、 $\mathbf{u}$  は速度ベクトル、 $t$  [s] は時間、 $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] は密度、 $p$  [Pa] は圧力、 $\nu$  [m<sup>2</sup>/s] は動粘性係数、 $\nabla$  (ナブラ) はベクトル微分演算子で

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

を表わし、2次元では  $\mathbf{u} = (u, v)$  を用いて

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)\end{aligned}$$

となる。(考察に必要としないであろう計算方法の詳細は省略する.)

## 4 シミュレーションの内容

### 4.1 差分とは

差分とは微分を離散点で近似する手法である。近似式は一つに決まらず、場合により選択の必要がある。たとえば、2次精度の中心差分は関数  $f$  の1階微分

$$\frac{\partial f}{\partial x} \sim \frac{(f_{n+1} - f_{n-1}))}{2\Delta x}, \quad (4)$$

ここで  $n$  は格子点番号を示す。2階微分

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \sim \frac{(f_{n+1} - 2f_n + f_{n-1}))}{\Delta x^2} \quad (5)$$

で近似できる。3次精度上流差分は

$$u \frac{\partial u}{\partial x} \sim u_n \frac{-u_{n+2} + 8(u_{n+1} - u_{n-1}) + u_{n-2}}{12\Delta x} + \frac{|u_n| \Delta x^3}{12} \frac{u_{n-2} - 4u_{n-1} + 6u_n - 4u_{n+1} + u_{n+2}}{\Delta x^4} \quad (6)$$

と近似する。

詳しい内容は、本実験の目的からはずれるため、数値計算の授業に譲ることにする。

### 4.2 レイノルズ数

レイノルズ数は

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (7)$$

と表わすことができる。ここで、 $U$  [m/s] は代表速度、 $L$  [m] は代表長さ、 $\nu$  [m<sup>2</sup>/s] は動粘性係数である。動粘性係数は密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] と粘性係数  $\mu$  [Pa·s] から次のように書ける。

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (8)$$

### 4.3 圧力

圧力は流体に働く応力の一つで、ある単位断面の法線方向に働く力といって良い。単位は Pa (パスカル) = N/m<sup>2</sup> である。

### 4.4 流線

流線とは各点における速度ベクトルの接線をつなげたものであり、一般に流跡線と流脈線とは区別される。

## 4.5 渦度

渦度は

$$\boldsymbol{\omega} = \text{rot} \boldsymbol{u} \quad (9)$$

である。2次元流れの場合、

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad [1/\text{s}] \quad (10)$$

となる。

## 4.6 表示の量

図2に示すように左上に圧力の等値線、右上に流線、左下に渦度の等値線、右下に速度ベクトルを表示している。

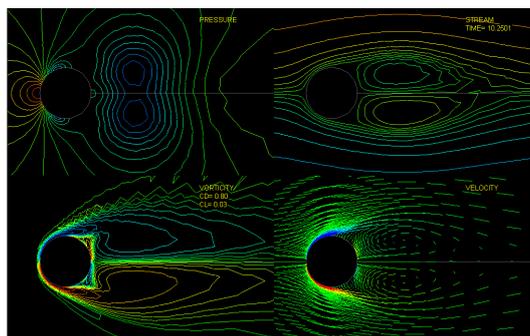


Fig. 2 画面の表示

## 4.7 条件

主流速度  $U = 0.5 \text{ m/s}$  として  $5 \text{ m/s}$ , 円柱直径  $D = 3.024 \times 10^{-3} \text{ m}$ , 角柱一片の長さ  $s = 3.024 \times 10^{-3} \text{ m}$ , 作動流体は空気で動粘性係数  $\nu = 1.512 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  ( $20^\circ\text{C}$ ) である。計算に用いる時間間隔は  $\Delta t = 1.6556 \text{ s}$  である。

## 5 課題

1. 流体の計算手法は差分法のほかにも様々ある。それらをいくつか挙げ、利点・欠点を述べよ。(省略可)
2. 実験屋はかく言う「数値計算の結果など信用できない」。数値計算屋はかく言う「そうかもしれませんね」。それであれば実験だけやっていたら良いのではないか。  
これらを踏まえて、数値計算と実験の違いはどの点にあり、相互に何が有利で何が不利なのか、なぜ実験的研究と数値的研究が必要なのか考察せよ。
3. 本数値計算におけるレイノルズ数を求めよ。また、レイノルズ数とは何なのか、なぜ必要であり、重要とされるのか考察せよ。
4. 渦度とは何か、渦と渦度との違いは何なのか考察せよ。
5. 円柱後流と角柱後流の違いはどのような所にあり、それによって何が考えられるか考察せよ。
6. 他、オリジナルな考察

[質問] あなたは「実験」がすぎですか、それとも「数値計算」がすぎですか。また、それはなぜですか。

## 6 論文の書き方

ここに挙げる規則が全てが正しいというわけではない。それぞれの分野，雑誌に書き方のルールが存在し，それにしたがって論文を書く必要がある。ここでは，本実験レポートの書き方のルールとして補足を加えることにする。

(注) 提出期限を過ぎた場合，よっぽどの理由がない限り受け取ることはない。

### 6.1 レポートの提出について

- 実験の翌週，授業開始時間にグループのメンバー全員が集まって教員室へ提出すること。一人目のレポートチェックで注意した箇所は，二度説明することはないので注意すること
- 再提出を求められた場合，修正後に適宜提出すること。期限は一週間とする。
- 1度目の提出で基本的にはレポートを受け取ることにする。ただし，それで合格点に達しているとは限らないので注意すること

### 6.2 レポートの構成

表紙，要旨

1. 緒言
  2. 目的
  3. 実験または計算方法
  4. 結果
  5. 課題と考察
  6. 結論
- 参考文献  
図，表  
付録

ここで，要旨とは「手法＋方法＋結論」を書く所である。

例) ○○という手法を用いて，\*\*を行なった。結果，..であり△△であることが分かった。

### 6.3 補足 1

- 論理的に正しいこと，結論に必要なものだけ載せること
- 文中に説明のないような図は必要ないものであるから，載せないこと
- 句点は「.(ピリオド)」，読点は「,(カンマ)」で文章を構成すること

### 6.4 補足 2

- ワードプロ使用時，変数はイタリックで書き，具体的な数字の後ろの単位は [ ] で囲まないこと  
質量  $m$  [kg]， $m = 13$  kg の鋼球を用いた。
- 図のキャプションは図の下に，表のキャプションは表の上を書くこと

## 6.5 補足 3

- 主張をするに必要な材料は揃っているか  
「だと思う.」, 「だと予想（推測）できる.」のフレーズは書かない.
- 論文で, 「です, ます」調はやめること  
主語と述語が一致した, きれいな文章で簡潔に言い切ること.

## 6.6 補足 4

論文は自分用のメモではない. 他人に読んでもらうためのものである. ゆえに, 読んでもらって, 理解してもらって初めて意味をなすものである. 分かりやすいように書くこと.

## 6.7 補足 5

図 3 に示すように, 文中は「図」を, 図の中の文字は英語を用いることが望ましい. (ちなみに Fig. のピリオドは省略しているの意)

英語では文頭では Figure (Equation), 文中では Fig. (Eq.) を用いる. たとえば,  
Figure3 shows the vortical structures inside the boundary layer.  
The flow changes to the turbulent state as shown in Fig.3. とか.

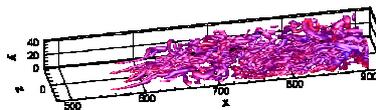


Fig. 3 渦の図

書き方の例

自分の言葉ではない場合, きちんと参考文献を示すこと. (インターネットにある HP の利用は各自で判断すること.)

## 参考文献

- [1] Noro, S., and Depp, J. C., “What is a Vortex”, Journal of Vortex, Vol. 1 (2013), pp. 1-13.
- [2] 野呂秀太, 湯の川学, “論文の例”, 仙台論文集, Vol. 1 (2013), pp. 20-35.
- [3] 野呂秀太, 論文の手引き, 初版 (2013), p. 5, 仙台高専.