

2020年度専攻科入学者選抜学力検査問題

# 数 学

(検査時間 10:50～12:20)

(注 意)

- 1 配付物は、問題用紙・解答用紙・草案用紙である。
- 2 問題用紙は合図があるまで開かないこと。
- 3 問題用紙は2ページである。  
検査開始の合図のあとで落丁などがいないか確認すること。
- 4 解答用紙は2枚である。
- 5 解答は、過程も含めて、全て解答用紙に記入すること。
- 6 問題用紙・草案用紙は検査終了後持ち帰ること。

検査科目	数学
------	----

問題1 以下の問いに答えよ。ただし、解答用紙には結果のみ記入すること。

- (1)  $\frac{1 - \frac{1}{x+1}}{1 + \frac{1}{x-1}}$  を簡単な形にせよ。
- (2) 2次方程式  $x^2 - 8x + 5m - 13 = 0$  の解の一つが他の解の3倍であるとき、定数  $m$  の値を求めよ。
- (3) 不等式  $-5x^2 - 3x + 1 < x^2 + 4x - 4$  を解け。
- (4) 円  $x^2 + y^2 = 5$  と直線  $y = x + k$  が共有点をもつとき、定数  $k$  の範囲を求めよ。
- (5)  $0 \leq \theta < \pi$  のとき、方程式  $\cos \theta + \sin 2\theta = 0$  を解け。
- (6) 不等式  $\log_{0.5}(4x - 3) > -4$  を解け。
- (7) 四桁の自然数のうち、各位の数の積が奇数となる数はいくつあるかを求めよ。
- (8) 和  $S_n = \sum_{k=1}^n 3^{k-1}$  を求めよ。ただし、 $n$  は自然数とする。

問題2 領域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq a^2, y \geq 0\}$  上の2重積分  $I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$  について、以

下の問いに答えよ。ただし、 $a$  は正の定数とする。

- (1)  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  と変数変換したときのヤコビアン  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$  を求めよ。
- (2) この変数変換をおこなったとき、領域  $D$  を  $r$  と  $\theta$  であらわせ。
- (3) 2重積分  $I$  の値を求めよ。

検査科目	数学
------	----

問題3 行列  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $A$  の固有値を求めよ。
- (2)  $A$  の固有ベクトルを求めよ。
- (3)  $A^n$  を求めよ。ただし、 $n$  は自然数とする。

問題4 次の連立微分方程式について、以下の問いに答えよ。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

- (1) 連立微分方程式を  $y$  と  $t$  についての2階微分方程式に変形せよ。
- (2)  $t = 0$  で  $x = 1, y = 0$  となる連立微分方程式の解を求めよ。

問題5 関数  $f(x)$  のフーリエ変換を

$$F(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-iux} dx,$$

とする。また、逆フーリエ変換を

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{iux} du$$

とする。ここで、 $i$  は虚数単位である。以下の問いに答えよ。ただし、 $a$  は正の定数とする。

- (1) 関数  $f(x) = e^{-a|x|}$  のフーリエ変換を求めよ。
- (2) 積分  $\int_0^{\infty} \frac{a}{a^2 + u^2} \cos u \, du$  の値を求めよ。