

平成30年度専攻科入学者選抜学力検査問題

数 学

(検査時間 10:50～12:20)

(注 意)

- 1 配付物は、問題用紙・解答用紙・計算用紙である。
- 2 問題用紙は合図があるまで開かないこと。
- 3 問題用紙は2ページである。  
検査開始の合図のあとで落丁などがいないか確認すること。
- 4 解答用紙は3枚である。
- 5 解答は、過程も含めて、全て解答用紙に記入すること。
- 6 問題用紙・計算用紙は検査終了後持ち帰ること。

検査科目	数学
------	----

問題 1 以下の問いに答えよ。

- (1)  $\frac{\frac{x^2}{x+1} - \frac{x}{\frac{x^2+x}{2}}}{1 - \frac{1}{x+1}}$  を簡単にせよ。
- (2) 不等式  $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - \frac{15}{2} > 0$  を解け。
- (3) 放物線  $y = x^2 + 2x + k$  が直線  $y = -2x$  と共有点を持たないような  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (4) 2 次関数  $y = ax^2 - 6ax + 5b$  ( $1 \leq x \leq 4$ ) の最小値が  $-2$  で最大値が  $10$  となるように、 $a, b$  の値を定めよ。ただし  $a > 0$  とする。
- (5)  $0 \leq x < \pi$  のとき、不等式  $\cos 2x < -\frac{1}{2}$  を解け。
- (6) 等式  $4^x + \frac{2^{x+1}}{4} - \frac{1}{2} = 0$  を満たす実数  $x$  の値を求めよ。
- (7) H, I, R, O, S, E の 6 文字を、様々な順番で左から横一列に並べる。このとき、3 つの子音の順番が、H, R, S になるものは何通りあるか。ただし、「IHEORS」のように、子音が続いたり、母音が続いたりしてもよいものとする。
- (8)  $S_n = \sum_{k=1}^n kx^{k-1}$  ( $n$  は正の整数) とすると、 $xS_n = \sum_{k=1}^n kx^k$  である。 $x = 2$  のとき、 $S_n$  の値を求めよ。

問題 2 原点  $(0, 0)$  を通る曲線  $y = f(x)$  がある。この曲線上の点  $(x, f(x))$  において接線の傾きが次の  $g(x)$  で与えられるとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

$$g(x) = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + e^2}$$

- (1)  $f(x)$  を求めよ。
- (2)  $f(x)$  の微分係数が  $0$  となる点の  $x$  座標を求めよ。答えのみ記せ。
- (3)  $f(x)$  の極値を求めよ。

検査科目	数学
------	----

問題 3 線形従属な 3 つのベクトル  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  と正方行列  $P$ ,  $D$  が次のように与えられるとき、以下の問いに答えよ。

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ k \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \sqrt{3} \\ 3 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 2 & \sqrt{5} \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

- (1)  $k$  の値を求めよ。
- (2)  $\mathbf{c}$  を  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  の線形結合で表せ。答えのみ記せ。
- (3)  $P^{-1}MP = D$  となる行列  $M$  に対して、 $M\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$  が成り立つとき、実数  $x$ ,  $y$  の値を求めよ。

問題 4 次の閉領域  $D$  において、その重心の座標を  $(a, b)$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

$$D = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \cos x \right\}$$

- (1)  $D$  の面積を求めよ。
- (2)  $a$  の値を求めよ。
- (3)  $b$  の値を求めよ。

問題 5 周期  $2L$  の区分的に滑らかな関数  $f(x)$  について、フーリエ級数が次のように与えられるとする。このとき、以下の問いに答えよ。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right)$$

- (1)  $a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) A_n(x) dx$  となるような  $A_n(x)$  を具体的に示せ。答えのみ記せ。
- (2)  $f(x) = |\sin x|$  のとき、 $2L = \pi$  として、係数列  $a_0, a_1, a_2, \dots$  の第  $n$  項  $a_n$  を求めよ。
- (3)  $f(x) = |\sin x|$  のフーリエ級数を求めよ。答えのみ記せ。