

平成29年度専攻科入学者選抜学力検査問題

# 数 学

( 検査時間 13:00 ~ 14:30 )

( 注 意 )

- 1 配付物は、問題用紙・解答用紙・草案用紙である。
- 2 問題用紙は合図があるまで開かないこと。
- 3 問題用紙は1ページから2ページまでである。  
検査開始の合図のあとで確認すること。
- 4 解答用紙は3枚ある。
- 5 解答は、過程も含めて、全て解答用紙に記入すること。
- 6 問題用紙・草案用紙は検査終了後持ち帰ること。

仙台高等専門学校 情報電子システム工学専攻

検査科目	数学
------	----

1 以下の問いに答えよ。

(1)  $\frac{2x-1}{x^2-4x+3} - \frac{6x-5}{x^2-8x+15}$  を簡単な形にせよ。

(2) 方程式  $x-4 = \sqrt{11-2x}$  を解け。

(3) 直角双曲線  $y = \frac{3x-1}{x-1}$  のグラフは、関数  $y = \frac{1}{x}$  のグラフを  $y$  軸方向に  $a$  倍して、更に  $x$  軸方向に  $p$ ,  $y$  軸方向に  $q$  だけ平行移動したものである。定数  $a, p, q$  の値を求めよ。

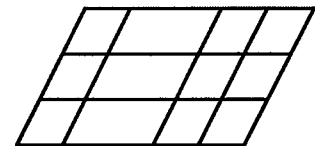
(4) 不等式  $\log_3(4x+1) < 2$  を解け。

(5)  $\triangle ABC$  が  $AB = 2, CA = 3, \angle CAB = 60^\circ$  を満たすとき、 $BC$  を求めよ。

(6) 三角方程式  $\sin x - \cos x = 1$  ( $0 \leq x < 2\pi$ ) を解け。

(7) 点  $(-1, 1)$  を通り、直線  $x + 2y - 4 = 0$  に垂直に交わる直線の方程式を  $y = ax + b$  ( $a, b$  は定数) の形で求めよ。

(8) 右の図は 4 本の平行線が他の 5 本の平行線と交わってできた図形である。この図の中にある平行四辺形の個数を求めよ。



2  $a$  を正の定数とするとき、曲線  $y = a^2 x^3 - 2ax$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

3  $k$  を定数とする。  $x, y, z$  についての連立 1 次方程式

$$(*) \cdots \begin{cases} 3x - 3y + kz = -7 \\ -2x + 5y - 7z = 5 \\ x - 2y + 2z = -4 \end{cases}$$

に対して、以下の問いに答えよ。

(1)  $k = 4$  のとき、 $(*)$  の解を求めよ。

(2)  $(*)$  が解を持たないための  $k$  の条件を求めよ。

検査科目	数学
------	----

4 関数  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $\varphi(x, y) = 5x^2 - 8xy + 5y^2 - 18$  について, 以下の問いに答えよ。

(1) 連立方程式 
$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \\ \varphi(x, y) = 0 \end{cases}$$
 を解け。

(2) 曲線  $5x^2 - 8xy + 5y^2 = 18$  の上の点で, 原点から最も近い点と最も遠い点を求め, それぞれの点の原点からの距離を求めよ。

以下の 5, 6 から 1 問を選択して答えよ。選択した問題番号を解答用紙の指示された箇所に必ず明記すること。

5  $\omega$  を実定数とする。  $x$  を未知関数,  $t$  を独立変数とする微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = \cos \omega t$$

について, 次の問いに答えよ。

- (1)  $\omega^2 \neq 4$  のとき, 一般解を求めよ。
- (2)  $\omega = 2$  のとき, 特殊解を 1 つ求めよ。

6 区分的に滑らかな周期  $2\pi$  の関数  $f(x)$  と正の整数  $n$  について

$$c_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

とおくとき,  $f(x)$  のフーリエ級数は

$$c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

となる。次の関数  $g(x)$  のフーリエ級数を以下の手順で求めよ。

$$g(x) = x^2 \quad (-\pi \leq x \leq \pi), \quad g(x+2\pi) = g(x)$$

- (1)  $c_0, b_n$  ( $n$  は正の整数) を求めよ。
- (2)  $a_n$  ( $n$  は正の整数) を求め,  $g(x)$  のフーリエ級数を求めよ。