平成２９年度専攻科入学者選抜学力検査問題

数　　学

（ 検査時間　13：00 ～ 14：30 ）

（ 注　意 ）

1　配付物は、問題用紙・解答用紙・草案用紙である。
2　問題用紙は合図があるまで開かないこと。
3　問題用紙は１ページから２ページまでである。
　検査開始の合図のあとで確認すること。
4　解答用紙は２枚ある。
5　第１問は、答のみ記入せよ。第２問以降の解答は、
　過程も含めて、全て解答用紙に記入すること。
6　問題用紙・草案用紙は検査終了後持ち帰ること。

仙台高等専門学校　生産システムデザイン工学専攻

検査科目	数　学

1　以下の文章の空欄にあてはまる数や式を解答用紙の所定欄に記入せよ．　(各 4 点)

(1)　虚数単位を i とするとき，簡単にすると　$4(2-\sqrt{5}i)-(2-\sqrt{5}i)^2=$ (①)，　$\dfrac{6+4i}{5-i}=$ (②).

(2)　グラフを利用して不等式　$\sqrt{2x+1}<1-x$　を解くと　(③) $\leqq x<$ (④).

(3)　$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ として　$3000<\left(\dfrac{3}{2}\right)^n<6000$　を満たす整数 n を求めると　$n=$ (⑤)，(⑥).

(4)　x, y が連立不等式　$x\geqq 0$，$y\geqq 0$，$2x+y\leqq 7$，$x+3y\leqq 6$　を満たすとき，$x+y$ がとる値の範囲は　(⑦) $\leqq x+y\leqq$ (⑧).

(5)　平面 $\alpha: x+3y+2z=6$　と x 軸，y 軸，z 軸との交点をそれぞれ A, B, C とする．成分表示すると　$\overrightarrow{AB}=$ (⑨)，$\overrightarrow{AC}=$ (⑩)．　△ABC の面積は　(⑪).

(6)　一般項が　$a_n=\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}$　$(n=1,2,3\cdots)$　で表される数列の極限値は $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=$ (⑫).

2　関数　$y=\dfrac{x^3}{x^2-1}$　の増減，極値を調べ，グラフの概形をかけ．　(13 点)

3　$D=\{(x,y)\,|\,x\geqq 0,\ x^2+y^2\leqq a^2\}$　とするとき，次の２重積分の値を求めよ．ただし，a は正の定数とする．　(13 点)

$$\iint_D xy^2\,dxdy$$

4　行列式　$\begin{vmatrix} b+c & a & a^2 \\ c+a & b & b^2 \\ a+b & c & c^2 \end{vmatrix}$　を因数分解せよ．　(13 点)

２ページ目に続く

以下の $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ から1問を選択して答えよ．選択した問題番号を解答用紙に明記すること．

$\boxed{5}$ 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = y^2 + y$ の一般解を求めよ．　　(13 点)

$\boxed{6}$ 周期 2π の関数 $f(x)$ について

$$c_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\, dx \qquad (n = 1,2,3,\cdots)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\, dx \qquad (n = 1,2,3,\cdots)$$

とおくとき，級数

$$c_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

を $f(x)$ のフーリエ級数という．次の問いに答えよ．

(1) 次の関数 $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ．　　(8 点)

$$f(x) = |x| \quad (-\pi \leqq x < \pi), \qquad f(x + 2\pi) = f(x)$$

(2) (1)のフーリエ級数を用いて次の和を求めよ．　　(5 点)

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \cdots$$

以上