

平成31年度専攻科入学者選抜学力検査問題

数 学

(検査時間 10:50~12:20)

(注 意)

- 1 配付物は、問題用紙・解答用紙・草案用紙である。
- 2 問題用紙は合図があるまで開かないこと。
- 3 問題用紙は2ページである。  
検査開始の合図のあとで落丁などがいないか確認すること。
- 4 解答用紙は2枚である。
- 5 解答は、過程も含めて、全て解答用紙に記入すること。
- 6 問題用紙・草案用紙は検査終了後持ち帰ること。

検査科目	数学
------	----

1 以下の問いに答えよ。ただし解答用紙には結果のみ記入すること。

- (1)  $\frac{1 + \frac{2}{x^2 - 1}}{\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1}}$  を簡単な形にせよ。
- (2) 2 次方程式  $3x^2 - 4x + 9 = 0$  の 2 つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき、 $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$  の値を求めよ。
- (3) 無理関数  $y = \sqrt{3x-1}$  のグラフは、関数  $y = \sqrt{x}$  のグラフを  $y$  軸方向に  $a$  倍して、更に  $x$  軸方向に  $p$  だけ平行移動したものである。定数  $a, p$  の値を求めよ。
- (4)  $10^n \leq 4^{100}$  を満たす最大の整数  $n$  を求めよ。ただし  $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする。
- (5)  $\theta$  が第 1 象限の角で、 $\cos 2\theta = -\frac{1}{8}$  のとき、 $\sin \theta$  の値を求めよ。
- (6) 方程式  $x^2 - 6x + y^2 + 4y - 4 = 0$  で表される円の半径を求めよ。
- (7)  $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^9$  を展開したときの定数項を求めよ。
- (8) 微分方程式  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$  の一般解を求めよ。ただし、任意定数は  $C_1, C_2$  で表すこと。

2  $xy$  平面上の 2 つの曲線  $y = x^2$  と  $y = x\sqrt{x}$  で囲まれた図形を  $D$  とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $D$  の面積を求めよ。
- (2)  $D$  を  $x$  軸の周りに回転して得られる立体の体積を求めよ。

3  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x^2y + 1$  とする。曲線  $f(x, y) = 0$  の点  $(1, -2)$  における接線の方程式を求めよ。

検査科目

数学

4 2次正方行列  $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  について, 以下の問いに答えよ。

- (1)  $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$  と置くととき,  $AX - XA - X$  を計算せよ。
- (2)  $AX - XA = X$  を満たす 2次正方行列  $X$  を求めよ。

5 関数  $f(x)$  のフーリエ変換を

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iux} f(x) dx$$

と定める。ただし,  $i$  は虚数単位とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$  のフーリエ変換を求めよ。

- (2) パーセバルの等式

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(u)|^2 du = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx$$

を用いて, 広義積分  $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 du$  の値を求めよ。