

令和3年度専攻科入学者選抜学力検査問題

# 数 学

(検査時間 10:50～12:20)

(注 意)

- 1 配付物は、問題用紙・解答用紙・計算用紙である。
- 2 問題用紙は合図があるまで開かないこと。
- 3 問題用紙は2ページである。  
検査開始の合図のあとで落丁などがいないか確認すること。
- 4 解答用紙は1枚である。
- 5 解答欄には、答えのみ記入すること。
- 6 問題用紙・計算用紙は検査終了後持ち帰ること。

検査科目	数学
------	----

解答欄には答えのみ記入すること。

問題 1 以下の問いに答えよ。

- (1) 恒等式  $\frac{2x+5}{(x+2)(x-3)} = \frac{a}{5(x+2)} + \frac{b}{5(x-3)}$  を満たす定数  $a, b$  の値を求めよ。
- (2) 2 次方程式  $9x^2 - 12x + 2a = 0$  が重解を持つように、定数  $a$  の値を定めよ。
- (3) 関数  $f(x) = x^2e^x$  の  $x = 2$  における微分係数を求めよ。
- (4) 双曲線  $4x^2 - y^2 = 4$  の漸近線のうち、傾きが正のものを表す方程式を求めよ。
- (5)  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$  のとき、 $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$  の値を求めよ。
- (6) 等式  $\log_3(x+1) + \log_3(x+7) = 3$  を満たす正の実数  $x$  を求めよ。
- (7) 初項から第 3 項までの和が 130、公比が 3 の等比数列の初項を求めよ。
- (8) 式  $(a+b)^7$  を展開したときの  $a^2b^5$  の係数を求めよ。

問題 2 2 変数関数  $f(x, y) = -x^2 - y^2 + xy + 3x$  がある。このとき以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(x, y)$  は極値を 1 つだけ持つ。その極値をとる点  $(x, y)$  を求めよ。
- (2) 曲面  $z = f(x, y)$  を考える。極値をとる点における接平面の方程式を求めよ。
- (3)  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$  のとき、2 重積分  $\iint_D f(x, y) dx dy$  を求めよ。

検査科目	数学
------	----

問題 3 行列  $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$  について、以下の問いに答えよ。

- (1) 行列  ${}^tMM$  を求めよ。ただし  ${}^tM$  は  $M$  の転置行列である。
- (2) 行列  $M$  の固有値のうち 3 以外の固有値を求めよ。
- (3) 行列  $M$  の固有値 3 に対する固有ベクトルを求めよ。

問題 4 次の微分方程式を考える。以下の問いに答えよ。

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 3\frac{dx}{dt} - 10x = R(t)$$

- (1)  $R(t) = 0$  のときの一般解を求めよ。
- (2)  $R(t) = 2e^{-3t}$  のときの 1 つの解（特殊解）を求めよ。
- (3)  $R(t) = 2e^{-3t}$  のときの一般解を求めよ。

問題 5 関数  $f(x) = -2x + 3$  ( $-1 \leq x < 1$ ),  $f(x+2) = f(x)$  のフーリエ級数を次のように与える。

$$f(x) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\pi x) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\pi x)$$

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $c_0$  を求めよ。
- (2)  $a_n$  を求めよ。
- (3)  $b_n$  を求めよ。