

令和3年度専攻科入学者選抜学力検査問題

数 学

(検査時間 13:00 ~ 14:30)

(注 意)

- 1 配布物は、問題用紙・解答用紙・草案用紙である。
- 2 問題用紙は合図があるまで開かないこと。
- 3 問題用紙は1ページから2ページまでである。
検査開始の合図のあとで確認すること。
- 4 解答用紙は3枚ある。
- 5 第1問は、答のみを記入せよ。第2問以降の解答は、
過程も含めて、全て解答用紙に記入すること。
- 6 問題用紙・草案用紙は検査終了後持ち帰ること。
- 7 第6問では選択する問題(AまたはB)を○で囲むこと。

検査科目	数 学
------	-----

1. 空欄を適切に埋めよ。(各4点, 40点)

(1) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ の解は $x =$ (①)。

(2) $a + bi$ (a, b : 実数) の形に表すと $\frac{2-2i}{1+i} =$ (②)。

(3) $2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$ ($\frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$) のとき, $\cos\theta =$ (③), $\sin 3\theta =$ (④)。

(4) 不等式 $2\log_{10}(x-4) \leq \log_{10}(x+2)$ の解は (⑤)。

(5) $\sqrt{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{10}, \sqrt[5]{30}, \sqrt[12]{800}$ を小さい順に並べたとき, 第3番目にくるのは (⑥)。

(6) $\omega^3 = 1, \omega \neq 1$ のとき

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = \text{(⑦)}.$$

(7) 漸化式 $a_1 = 2, a_{k+1} = 2a_k + 1$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) で表される数列 $\{a_k\}$ の第10項は (⑧)。

(8) 等比級数

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{9} + \frac{8}{27} - \frac{16}{81} + \dots$$

は収束し, その和は (⑨)。

(9) 点C(3, -1, 4)を通りベクトル(2, 1, 2)に平行な直線と点Cを中心とする半径6の球との交点の座標は (⑩)。

2. 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ について次の間に答えよ。(各10点, 20点)

(1) 増減表を作成し, 曲線 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。また, 極値を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸, 直線 $x = e^4$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

3. 3点 $A(0,1,2), B(3,0,-1), C(4,1,0)$ を通る平面に点 $P(0,0,1)$ から垂線をおろし交点を H とするとき、
PHの長さを求めよ。(10点)

4. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ のとき $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ を求めよ。(10点)

5. D を不等式 $x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0$ で表わされる領域とするとき、2重積分

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

の値を求めよ。(10点)

6. 次の(A), (B)のうち1問を選択して答えよ。(10点)

(A) 微分方程式

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 3 \frac{dx}{dt} + 2x = t^2 - t$$

の一般解を求めよ。

(B) 周期2の関数 $f(x)$ に対して

$$c_0 = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) dx, \quad a_n = \int_{-1}^1 f(x) \cos n\pi x dx, \quad b_n = \int_{-1}^1 f(x) \sin n\pi x dx$$

とおくとき、

$$c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x)$$

を $f(x)$ のフーリエ級数という。

次の周期2の関数 $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (-1 \leq x < 0) \\ 1 & (0 \leq x < 1) \end{cases}, \quad f(x+2) = f(x)$$