令和４年度専攻科入学者選抜学力検査問題

数　　学

（検査時間　１０：５０～１２：２０）

（注　意）

１　配付物は、問題用紙・解答用紙・計算用紙である。

２　問題用紙は合図があるまで開かないこと。

３　問題用紙は２ページである。
　　検査開始の合図のあとで落丁などがないか確認すること。

４　解答用紙は１枚である。

５　解答欄には、答えのみ記入すること。

６　問題用紙・計算用紙は検査終了後持ち帰ること。

仙台高等専門学校　　情報電子システム工学専攻

検査科目	数学

・解答用紙には結果のみ記入すること。
・円周率はπ，ネイピア数（自然対数の底）はeとして解答すること。

問題 1　以下の問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{(-2x^2y)^3}{(4xy^3)^2}$ を簡単にせよ。

(2)　不等式 $x^2+x-6 \geqq 0$ を解け。

(3)　定義域が $-1 \leqq x \leqq 2$ である関数 $y=x^2-2x+5$ の最大値を求めよ。

(4)　$\log_2 36-\log_2 9$ を簡単にせよ。

(5)　$0 \leqq x < \pi$ であるとき，方程式 $2\sin 2x+1=0$ を解け。

(6)　円 $x^2+y^2+2x-3=0$ の中心の座標を求めよ。

(7)　$\dfrac{4n^2[(2n-1)!]^2}{(2n+1)!\,(2n)!}$ を簡単にせよ。ここで，n は正の整数である。

(8)　関数 $f(x)=e^{x^2+4}$ について，$\dfrac{df}{dx}$ を求めよ。

問題 2　行列 $A=\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$ について，以下の問いに答えよ。

(1)　A の固有値を全て求めよ。

(2)　A を対角化した行列を求めよ。

(3)　A の最大の固有値に対する固有ベクトルのうち，単位ベクトルであるものを一つ求めよ。

２ページ目に続く

検査科目	数学

問題 3　次の微分方程式について，括弧内の条件を満たす解を求めよ。

(1)　$\dfrac{dx}{dt}+x\sin t=0$　　$\left(t=\dfrac{\pi}{2}\text{ のとき } x=1\right)$

(2)　$\dfrac{dx}{dt}+x\sin t=te^{\cos t}$　　$\left(t=\dfrac{\pi}{2}\text{ のとき } x=0\right)$

(3)　$\dfrac{d^2x}{dt^2}+4\dfrac{dx}{dt}-5x=0$　　$\left(t=0\text{ のとき } x=0\,,\ \dfrac{dx}{dt}=1\right)$

問題4 不等式 $|2x+y|\leqq 3$，$|x-y|\leqq 5$ の表す領域をDとする。積分 $I=\iint_D (2x+y)^2(x-y)^2dxdy$

について，以下の問いに答えよ。

(1)　$u=2x+y$，$v=x-y$ と変数変換する。領域 D を u，v で表したときの，u と v の範囲

を求めよ。ただし，解答に絶対値記号を含めないこと。

(2)　ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ を求めよ。

(3)　I の値を求めよ。

問題 5　次の周期関数

$$f(x)=x^2\ \ (-\pi\leqq x<\pi)\,,\qquad f(x+2\pi)=f(x)$$

の複素フーリエ級数を

$$f(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_ne^{inx}\quad \text{ただし}\quad c_n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)e^{-inx}dx$$

とする。ここで，i は虚数単位である。以下の問いに答えよ。

(1)　c_0 を求めよ。

(2)　n が 0 でない整数であるとき，$c_n=(-1)^n\alpha_n$ とかける。α_n を求めよ。

(3)　$x=0$ とおくことで無限級数 $S=1-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{16}+\cdots\cdots$ を求めることができる。S の値を

求めよ。