

令和6年度専攻科入学者選抜学力検査問題

数 学

(検査時間 10:50～12:20)

(注 意)

- 1 配付物は、問題用紙・解答用紙・計算用紙である。
- 2 問題用紙は合図があるまで開かないこと。
- 3 問題用紙は2ページである。
検査開始の合図のあとで落丁などがいないか確認すること。
- 4 解答用紙は1枚である。
- 5 解答欄には、答えのみ記入すること。
- 6 問題用紙・計算用紙は検査終了後持ち帰ること。

検査科目	数学
------	----

解答欄には答えのみ記入すること。

問題 1 以下の問いに答えよ。

- (1) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。
- (2) 2 次方程式 $x^2 - 6x + 4 = k(x - 6)$ が 2 重解を持つときの定数 k の値を全て求めよ。
- (3) $\tan(x^4)$ を微分せよ。
- (4) 積分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(2x) \cos^3(2x) dx$ を求めよ。
- (5) 円 $x^2 + y^2 = 5$ に点 $(x, y) = (2, 1)$ で接する直線の傾きを求めよ。
- (6) $y = \frac{4x - 10}{3x - 2}$ で表されるグラフの x 軸に平行な漸近線の方程式を求めよ。
- (7) 不等式 $\log_2(16 - 2x) < 3$ を解け。
- (8) 漸化式が $a_1 = 3, a_{k+1} = 2a_k + 3 (k \geq 1)$ で表される数列の一般項を求めよ。

問題 2 2 変数関数 $f(x, y) = 12 - x^2 - 4y^2 + 4x$ を考える。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x, y)$ の極値を与える (x, y) を求めよ。
- (2) 変数変換 $x = 2r \cos \theta + 2, y = r \sin \theta$ を行う。ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ を求めよ。
- (3) 曲面 $z = f(x, y)$ と xy 平面で囲まれた領域の体積を求めよ。

検査科目	数学
------	----

問題 3 行列 $M = \begin{pmatrix} 2 & -2 - 4i \\ -2 + 4i & 1 \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ。ここで i は虚数単位である。

- (1) M の逆行列を求めよ。
- (2) 行列 M の固有値を全て求めよ。
- (3) 小さい方の固有値に対する固有ベクトルの第 1 成分が 1 であるとき、第 2 成分を求めよ。

問題 4 次の微分方程式を考える。以下の問いに答えよ。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - 12x = f(t)$$

- (1) $f(t) = 0$ のときの二つの線形独立な解を答えよ。
- (2) $f(t) = 12t^2 - 2t$ のときの一つの解（特殊解）を求めよ。
- (3) $f(t) = 12t^2 - 2t$ とする。 $t = 0$ のとき $x = 0, \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}$ を満たす解を求めよ。

問題 5 関数 $f(x) = |x| + 2$ (ただし, $-\pi \leq x < \pi$), $f(x + 2\pi) = f(x)$ の複素フーリエ級数を次のように表す。

$$f(x) = c_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n+1} e^{i(2n+1)x}$$

ここで i は虚数単位である。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) c_0 を求めよ。
- (2) c_{2n+1} を求めよ。
- (3) $f(x) = c_0 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} \cos((2n+1)x)$ のように余弦フーリエ級数展開をしたとき a_{2n+1} を求めよ。