

令和7年度専攻科入学者選抜学力検査問題

# 数 学

(検査時間 10 : 50 ~ 12 : 20)

(注 意)

- 1 配付物は、問題用紙・解答用紙・計算用紙である。
- 2 問題用紙は合図があるまで開かないこと。
- 3 問題用紙は2ページである。  
検査開始の合図のあとで落丁などがないか確認すること。
- 4 解答用紙は1枚である。
- 5 検査開始の合図があったら、最初に解答用紙に受験番号を記入すること。
- 6 解答欄には、答えのみ記入すること。
- 7 問題用紙・計算用紙は検査終了後持ち帰ること。

検査科目	数学
------	----

- 解答用紙の解答欄には答え(結果)のみ記入すること。
- 問題文中の $\pi$ は円周率, $e$ は自然対数の底を表す。

**1** 以下の問いに答えよ。

- (1)  $x + y = 5$ ,  $xy = -2$  のとき,  $\frac{x-y}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{y-1}}$  の値を求めよ。
- (2) 方程式  $|x-2| = 2x+7$  を解け。
- (3) 2次関数  $y = 5x^2 + 2x + k$  のグラフが $x$ 軸と接するように, 定数 $k$ の値を定めよ。
- (4) 不等式  $3^{-2x+1} > \frac{1}{\sqrt{3}}$  を解け。
- (5)  $\tan \theta = -4$  のとき,  $\cos 2\theta$  の値を求めよ。
- (6)  $xy$  平面上の点  $(4, -7)$  と直線  $2x + 5y - 2 = 0$  との距離を求めよ。
- (7)  $\left(2x^3 - \frac{1}{x}\right)^8$  を展開したときの定数項を求めよ。
- (8) 2変数関数  $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$  について,  $\frac{\partial f}{\partial x}$  を求めよ。

**2** 実数全体を定義域とする関数  $f(x) = x^3 e^{-x}$  について, 以下の問に答えよ。

- (1)  $f(x)$  が極値をとる $x$ の値を答えよ。
- (2) 極限  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  を求めよ。
- (3) 以下の条件を満たす実数 $k$ の範囲を求めよ。  
『未知数を $x$ とする方程式  $f(x) = k$  がちょうど2つの実数解を持つ。』

**3** 2次正方行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & -a \\ a & -3 \end{pmatrix}$  について, 以下の問いに答えよ。

- (1)  $A$  が正則行列とならないような $a$ の値を全て求めよ。
- (2) ベクトル  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  が,  $A$  の固有ベクトルになるような $a$ の値を求めよ。

検査科目	数学
------	----

4  $xy$  平面上の曲線  $y = 1 - 4x^2$  と  $x$  軸で囲まれた図形を  $D$  とし,  $D$  の重心座標を

$$(\bar{x}, \bar{y}) = \left( \frac{\iint_D x \, dx dy}{\iint_D dx dy}, \frac{\iint_D y \, dx dy}{\iint_D dx dy} \right)$$

とするとき, 以下の問に答えよ。

- (1)  $D$  の面積を求めよ。
- (2)  $\bar{x}$  を求めよ。
- (3)  $\bar{y}$  を求めよ。

5 連立微分方程式  $(\star) \dots \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 9y \\ \frac{dy}{dt} = x \end{cases}$  について, 以下の問に答えよ。

- (1)  $(\star)$  から  $x$  を消去して, 得られた  $y$  の2階微分方程式として正しいものを, 以下の(A)~(D)から選べ。

$$\begin{array}{ll} \text{(A)} \quad \frac{d^2y}{dt^2} + 9y = 0 & \text{(B)} \quad \frac{d^2y}{dt^2} + y = 9 \\ \text{(C)} \quad \frac{d^2y}{dt^2} - 6 \frac{dy}{dt} + 9y = 0 & \text{(D)} \quad \frac{d^2y}{dt^2} - 9y = 0 \end{array}$$

- (2)  $(\star)$  の一般解を求めよ。ただし,  $y$  の任意定数は  $C_1, C_2$  で表すこと。

6 周期関数

$$f(x) = \cos \frac{x}{2} \quad (-\pi \leq x < \pi), \quad f(x+2\pi) = f(x)$$

のフーリエ余弦級数を以下のように表す。

$$f(x) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$$

このとき, 以下の問に答えよ。

- (1)  $c_0$  を求めよ。
- (2)  $n \geq 1$  のとき,  $A_n = \frac{(-1)^n}{a_n}$  と置く。  $A_n$  を  $n$  の多項式の形で求めよ。