

検査科目

数学

- 解答用紙の解答欄には答え（結果）のみ記入すること。
- 問題文中の π は円周率， e は自然対数の底，及び i は虚数単位 $\sqrt{-1}$ を表す。

問題 1 以下の問いに答えよ。

- (1) 条件 $\mu \leq \frac{2}{3\sqrt{2}-4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$ を満たす最大の整数 μ を求めよ。
- (2) 複素数 $z = 5 - 2i$ の絶対値 $|z|$ を求めよ。
- (3) 直線 $y = -7x + 9$ と垂直に交わる直線の傾き s を求めよ。
- (4) 4 項からなる数列 $1, \eta, 3\eta, 5\eta$ が等差数列になるように，定数 η の値を定めよ。
- (5) 2 辺の長さがそれぞれ 12 でその間の角が 30° の二等辺三角形の面積 S を求めよ。
- (6) 放物線 $x = y^2 + 6y + k$ が y 軸と接するように，定数 k の値を定めよ。
- (7) $P(-7) = 0$ を満たす多項式 $P(x) = x^3 + 3x^2 - 60x - 224$ を考える。このとき，方程式 $\frac{P(x)}{\sqrt{x}} = 0$ を解け。ただし，変数 x 及びその関数は実数値をとるものとする。
- (8) 2 次方程式 $Q(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解 α, β をもち， $\alpha + \beta = 100$ とする。このとき， $x = p$ が $y = Q(x)$ の軸の方程式になるように，定数 p の値を定めよ。

問題 2 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ ， $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 0 & 5 & 0 \\ -4 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ について，以下の問いに答えよ。

- (1) 右の 4 つの選択肢の中から， A の固有ベクトルでないものを 全て 選び，番号で答えよ。

$\textcircled{1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \textcircled{2} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \textcircled{3} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \textcircled{4} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- (2) A で表される線形変換について，直線 $y = 2x - 3$ の像は直線 $y = ax + b$ である。このとき，定数 a, b の積 ab を求めよ。
- (3) B を対角化したものを D とする。その対角行列の行列式 $|D|$ の値を求めよ。

検査科目

数学

問題 3 $f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ のとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} [xf(x) - x]$ を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ について、点 $(1, \sqrt{2})$ における接線を $y = \sqrt{2}(cx - c + 1)$ と表す。
このとき、定数 c の値を求めよ。
- (3) 広義積分 $\int_{-\infty}^{-1} (f(x))^5 f'(x) dx$ の値を求めよ。

問題 4 以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ のマクローリン展開が右の式で与えられるとき、 $f(x)$ として正しいものを以下の選択肢から一つ選び記号で答えよ。

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n+1}$$

(A) $\sin x$ (B) $\cos x$ (C) $x \sin x$ (D) $x \cos x$ (E) e^{2x}

- (2) $2z = 3 + \sqrt{3}i$ のとき、 z^8 の実部 $\operatorname{Re}[z^8]$ を求めよ。
- (3) 微分方程式 $\frac{d}{dt}x(t) = (x(t) + t)^2$ は、 $u(t) = x(t) + t$ の置換で解くことができる。
条件 $x(0) = 0$ を満たす特殊解を求めよ。

問題 5 次の周期関数 $f(x)$ とそのフーリエ級数展開について、以下の問いに答えよ。

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - 1 & (-2\pi < x \leq 0) \\ -\cos x + 1 & (0 < x \leq 2\pi) \end{cases}, \quad f(x + 4\pi) = f(x)$$

$$f(x) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{nx}{2}\right) + b_n \sin\left(\frac{nx}{2}\right) \right] \quad (\text{フーリエ級数展開})$$

- (1) 右の選択肢の中から、 $f(x)$ が有する対称性を 全て 選び番号で答えよ。

① $f(-x) = -f(x)$	② $f(x + \pi) = f(\pi - x)$
③ $f(x + 2\pi) = -f(x)$	④ $f(x + 3\pi) = f(\pi - x)$
- (2) 関数の対称性より、 b_1 は右のように計算できる。整数 K の値を求めよ。

$$b_1 = 4 \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi f(x) \sin \frac{x}{2} dx \right) = \frac{K}{3\pi}$$
- (3) $c_0 + a_1 + b_2$ の値を求めよ。